

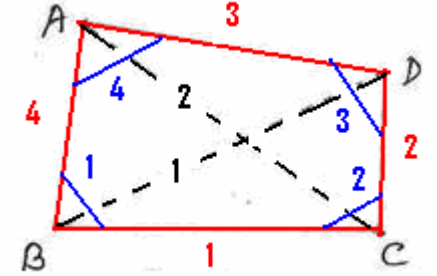
6.7 ಚತುರ್ಭುಜಗಳು:

6.7.1 ಚತುರ್ಭುಜದ ಲಕ್ಷಣಗಳು:

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ರೇಖಾ ಖಂಡಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರಿಯಲ್ಪಟ್ಟ ಆಕೃತಿಯೇ ಚತುರ್ಭುಜ

ಲಕ್ಷಣಗಳು:

| | | | |
|------------|----------------|------------------------------------------------------------|-----------|
| 4 ಶೃಂಗಗಳು | 4 ಬಾಹುಗಳು | 4 ಕೋನಗಳು | 2 ಕರ್ಣಗಳು |
| A, B, C, D | BC, CD, DA, AB | $\angle ABC,$ $\angle BCD, \angle CDA,$ $\angle DAB$ | BD, AC |



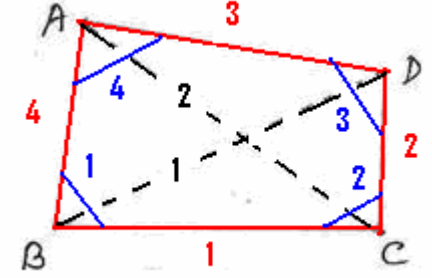
ಪ್ರತೀ ಕರ್ಣವೂ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು 2 ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

($\triangle BAC$ ಮತ್ತು $\triangle ADC$ ಗಳಲ್ಲಿ AC ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ).

($\triangle BAD$ ಮತ್ತು $\triangle BDC$ ಗಳಲ್ಲಿ BD ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ)

| ಇತರ ಪದಗಳು | ಲಕ್ಷಣಗಳು: |
|-----------------|-----------------------------------------------------|
| ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು | ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು |
| ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು | ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು |
| ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು. | ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳು |
| ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು | ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು |

| ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು (ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಇದೆ) | ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು (ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ ಇಲ್ಲ) | ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಇದೆ) | ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಇಲ್ಲ) |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| (AB,BC) Bಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ (BC,CD) Cಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ (CD,DA) Dಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ (DA,AB) Aಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ | (AB,CD) (AD,BC) | ($\angle ABC, \angle BCD$) BCಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ($\angle BCD, \angle CDA$) CDಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ($\angle CDA, \angle DAB$) DAಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ($\angle DAB, \angle ABC$) ABಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು | ($\angle ABC, \angle ADC$) ($\angle BAD, \angle BCD$) |



ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360° ಇರುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ ಸಾಧಿಸಬಹುದೇ?

6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು 4:5:6:9. ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ. ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 360°

ಕೋನಗಳ ಅನುಪಾತ = 4:5:6:9

ಆ ಕೋನಗಳ ಪರಿಮಾಣ = $4x, 5x, 6x, 9x$ ಆಗಿರಲಿ.

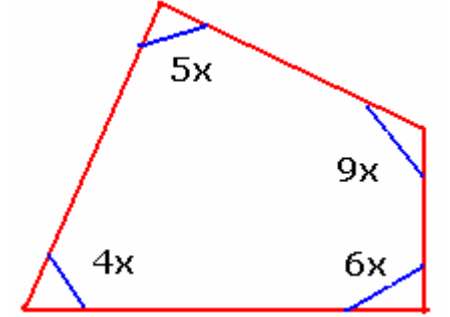
\therefore ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = $4x+5x+6x+9x = 360^\circ$:

$\therefore 24x = 360^\circ: \therefore x = \frac{360}{24} = 15^\circ$

1ನೇ ಕೋನ $4x = 60^\circ$, 2ನೇ ಕೋನ $5x = 75^\circ$

3ನೇ ಕೋನ $6x = 90^\circ$, 4ನೇ ಕೋನ $9x = 135^\circ$

ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು $60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 135^\circ$



6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು: $3x$, $3x+15^\circ$, $3x+30^\circ$ ಮತ್ತು 90° ಆದರೆ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 360°

$$3x+3x+15^\circ+3x+30^\circ+90^\circ = 360^\circ$$

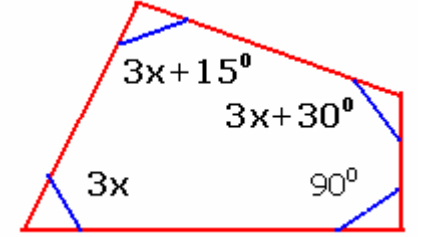
$$9x+135^\circ=360^\circ$$

$$9x=225^\circ \therefore x=25^\circ$$

1ನೇ ಕೋನ $3x = 75^\circ$, 2ನೇ ಕೋನ $3x+15^\circ = 75^\circ+15^\circ=90^\circ$

3ನೇ ಕೋನ $3x+30^\circ = 105^\circ$, 4ನೇ ಕೋನ = 90° (ದತ್ತ)

ಈ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360° ಆಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ನೋಡಿರಿ.



A Project of www.eShale.org

ನಾವೀಗಾಗಲೇ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಆರು ಅಂಶಗಳಿವೆ. (3 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು 3 ಕೋನಗಳು). ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ರಚಿಸಲು (3 ಬಾಹುಗಳು ಅಥವಾ 2 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು 1 ಕೋನ ಅಥವಾ 1 ಬಾಹು ಮತ್ತು 2 ಕೋನಗಳು) ಇವುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಾಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಪಾಠ 6.4.3ರಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ

(3 ಕೋನಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡಿದಾಗ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ)

ತ್ರಿಭುಜಗಳಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿದಾಗ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ 10 ಅಂಶಗಳಿವೆ(4 ಬಾಹುಗಳು, 4 ಕೋನಗಳು, 2 ಕರ್ಣಗಳು). ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಲು ಎಲ್ಲಾ 10 ಅಂಶಗಳು ಬೇಕೇ?

ಬರೇ 4 ಅಂಶಗಳಿಂದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ರಚಿಸಲು ಕನಿಷ್ಠ 5 ಅಂಶಗಳು ಬೇಕು. (ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ 2 ಬಾಹುಗಳು ಇರಲೇ ಬೇಕು)

6.7.1 ತಃಖ್ತೆ 1:

| ಸಂ | ದತ್ತ ಬಾಹುಗಳು | ದತ್ತ ಕರ್ಣಗಳು | ದತ್ತ ಕೋನಗಳು | ಒಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು | ರಚನೆ |
|----|--------------|--------------|-------------|--------------------|-------------------------|
| 1 | 2 | 2 | 1 | 5 | ಮುಂದೆ ರಚಿಸಲಿಕ್ಕಿದ್ದೇವೆ. |
| 2 | 2 | 1 | 2 | 5 | |
| 3 | 4 | 1 | - | 5 | |
| 4 | 4 | - | 1 | 5 | |
| 5 | 3 | - | 2(ಅಂತರ್ಗತ) | 5 | ಅಭ್ಯಾಸ |
| 6 | 3 | 2 | - | 5 | |
| 7 | 2(ಪಾರ್ಶ್ವ) | - | 3 | 5 | |

ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಕ್ರಮ

(ಮೇಲಿನ ತಃಖ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಂತೆ ಯಾವುದೇ ಅಂಶದ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗಲೂ, ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಕ್ರಮ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.)

ಗಮನಿಸಿ:

a) ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಕ್ರಮ:

ಮೊದಲು ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, ದತ್ತ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು ಕಡಿದು, ಆ ಬಾಹುವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

b) ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಕೋನ ಮಾಪಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರಿ.

c) ಯಾವುದೇ ಆಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಕ್ರಮ.

1. ಮೊದಲು ದತ್ತಾಂಶಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2. ಬೇಕಾದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ (a,b) ಕ್ರಮವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ.

A Project of www.Sharada.org

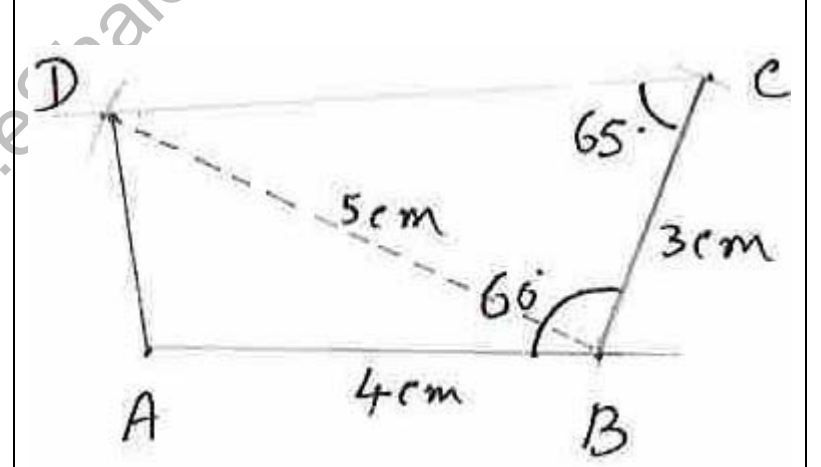
2. ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು, ಒಂದು ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:

6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 4: $AB=4$ ಸೆ.ಮಿ., $BC=3$ ಸೆ.ಮಿ., $BD=5$ ಸೆ.ಮಿ. $\angle ABC= 60^\circ$,
 $\angle BCD= 65^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABCD ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

1. A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಇದರಮೂಲಕ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
2. Aಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 4 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು B ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($AB=4$ ಸೆ.ಮಿ.)
3. B ಯಲ್ಲಿ AB ಯ ಜೊತೆ 60° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.



4. B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು C ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($BC=3$ ಸೆ.ಮಿ., $\angle ABC=60^\circ$)
5. C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ BC ಯ ಜೊತೆ 65° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
6. B ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು D ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($BD=5$ ಸೆ.ಮಿ. ($\angle DAB= 60^\circ$, $BD=4$ ಸೆ.ಮಿ.)) DC ಜೋಡಿಸಿ ABCDಯು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಚತುರ್ಭುಜ.

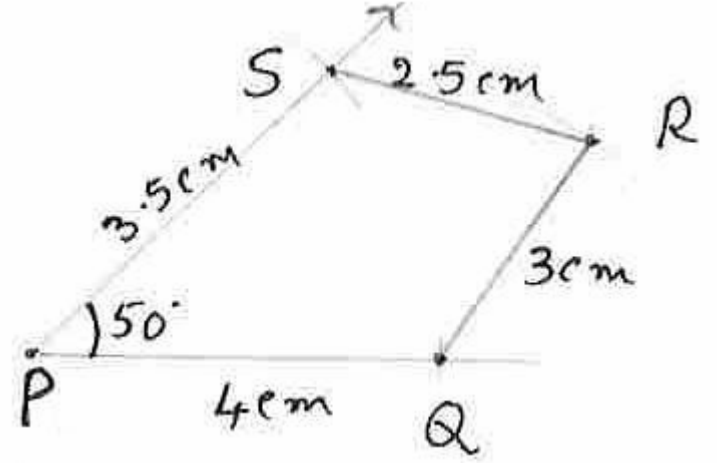
3. ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು, ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:

6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 5: $PQ=4$ ಸೆ.ಮಿ., $QR=3$ ಸೆ.ಮಿ., $RS=2.5$ ಸೆ.ಮಿ., $PS=3.5$ ಸೆ.ಮಿ., $\angle SPQ=50^\circ$
ಇರುವಂತೆ PQRS ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

1. P ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

2. P ಯಿಂದ, 4 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ದಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
($PQ=4$ ಸೆ.ಮಿ.)

3. P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ PQ ಜೊತೆ 50° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.



4. P ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 3.5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು S ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($PS=3.5$ ಸೆ.ಮಿ., $\angle SPQ=50^\circ$)

5. S ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, 2.5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

6. Qವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ಕಂಸವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($SR=2.5$ ಸೆ.ಮಿ., $QR=3$ ಸೆ.ಮಿ.) SR ಮತ್ತು QR ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.

PQRS ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಚತುರ್ಭುಜ.

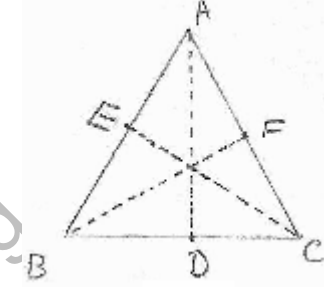
6.7.2 ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಪಕ್ಕದ $\triangle ABC$ ಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AD, BF, CEಗಳು BC, AC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾದ A, B, C ಗಳಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ ಪಾದ * ಎತ್ತರ (ಲಂಬೋನ್ನತಿ)

$$\triangle ABC \text{ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} BC * AD = \frac{1}{2} AC * BF = \frac{1}{2} AB * CE$$

ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಪಾಠ 6.8.7ರಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಲಿದ್ದೇವೆ.



6.7.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಪಾದವು ಎತ್ತರದ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಅಲ್ಲಿ ವ್ಯವಸಾಯ ಮಾಡಲು 100 ಚ.ಮೀಟರಿಗೆ ರೂ. 36.72 ರಂತೆ 49,572 ರೂ. ಖರ್ಚಾದರೆ, ಹೊಲದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಹೊಲದ ವ್ಯವಸಾಯ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ಖರ್ಚು (=ರೂ.49,572)

$$= \text{ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \text{ಖರ್ಚು (ಚ.ಮಿ ನಲ್ಲಿ)} = \text{ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} * \frac{36.72}{100}$$

$$\therefore \text{ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 49,572 * \left(\frac{36.72}{100} \right) = 1,35,000 \text{ ಚ.ಮಿ.}$$



ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರ x ಆಗಿರಲಿ \therefore ಪಾದ = $3x$ \therefore ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ}$

$$= \left(\frac{1}{2} \right) * 3x * x = \frac{3x^2}{2} = 1,35,000 \therefore x^2 = \frac{2 * 135000}{3} = 90,000$$

$$\therefore x = 300 \text{ ಮಿ.} \therefore \text{ಹೊಲದ ಎತ್ತರ} = 300 \text{ ಮಿ.}, \text{ ಪಾದ} = 900 \text{ ಮಿ.}$$

ತಾಳೆ: ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * 900 * 300 = 900 * 150 = 1,35,000$

ವ್ಯವಸಾಯ ಖರ್ಚು = $135000 * \frac{36.72}{100} = 49,572$ ದತ್ತಾಂಶವೇ ಆಗಿದೆ.

6.7.3 ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣ ಅದನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನೇ ನಾವು ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

PQRS ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ PR ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
Q ದಿಂದ PR ಗೆ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($QA = h_1$).
S ನಿಂದ PR ಗೆ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($SB = h_2$)
 h_1 ಮತ್ತು h_2 ಗಳು $\triangle PQR$ ಮತ್ತು $\triangle PRS$ ಗಳ ಎತ್ತರಗಳು.

$$\triangle PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} * \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ} = \frac{1}{2} (PR * h_1)$$

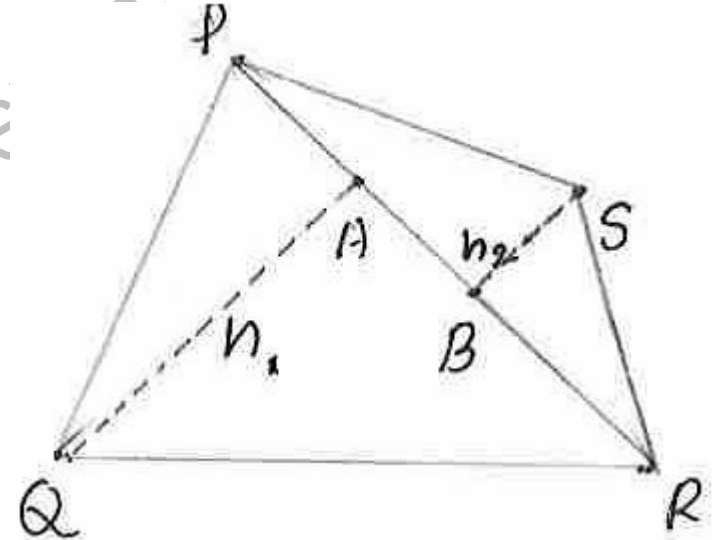
$$\triangle PRS \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} * \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ} = \frac{1}{2} (PR * h_2)$$

\therefore ಚತುರ್ಭುಜ PQRS ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \triangle PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \triangle PRS \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

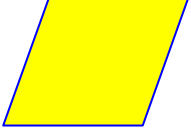


$$= \frac{1}{2} (PR * h_1) + \frac{1}{2} (PR * h_2) = \frac{1}{2} * PR * (h_1 + h_2) \text{ ಚದರ}$$


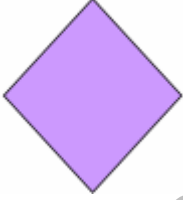

ಮಾನಗಳು



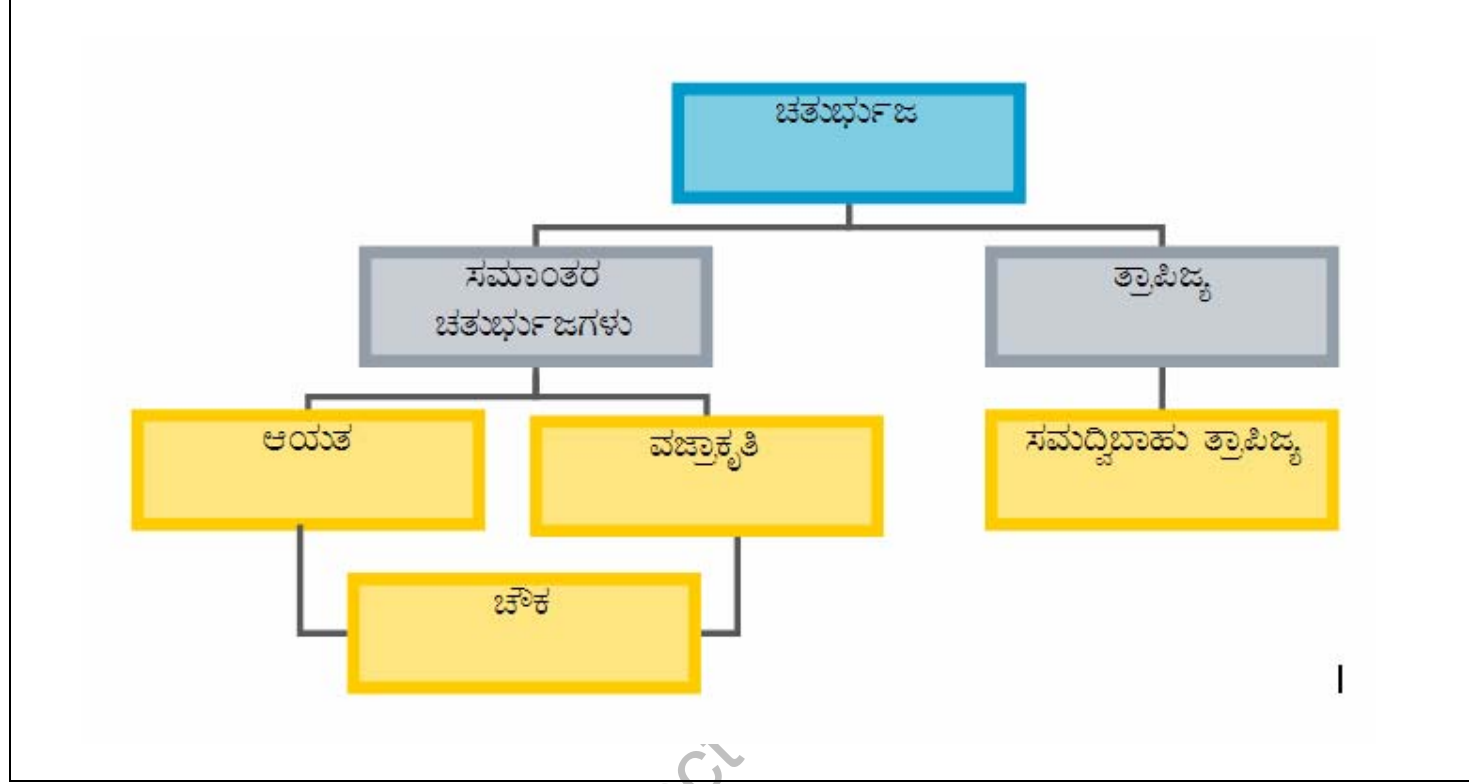
$$\therefore \text{ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} * \text{ಕರ್ಣ} * \text{ಪಾದಕರ್ಣಕ್ಕೆಳೆದ ಲಂಬೋನ್ನತಿಗಳ ಮೊತ್ತ}$$

6.7.4 ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಧಗಳು:

| ವಿಧಗಳು | ಮುಖ್ಯ ಲಕ್ಷಣಗಳು | ಚಿತ್ರ | ಬಾಹುಗಳೊಳಗೆ ಸಂಬಂಧ | ಕೋನಗಳ ಸಂಬಂಧ | ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಬಂಧ |
|----------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ | ಎರಡೂ ಜತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ |  | 1)ಎರಡೂ ಜತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ 2)ಎರಡೂ ಜತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. | 1) ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ. 2)ಯಾವುದೇ 2 ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° | 1)ಕರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವ ಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ 2) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. |
| ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ | ಕೇವಲ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ |  | ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ | ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ | |
| ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ | ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ. ಸಮಾಂತರ ವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. |  | 1)ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ. 2)ಸಮಾಂತರ ಅಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. | ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕ. ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮ. | ಕರ್ಣಗಳು ಸರ್ವಸಮ. |

| ವಿಧಗಳು | ಮುಖ್ಯ ಲಕ್ಷಣಗಳು | ಚಿತ್ರ | ಬಾಹುಗಳೊಳಗೆ ಸಂಬಂಧ | ಕೋನಗಳ ಸಂಬಂಧ | ಕರ್ಣಗಳ ಸಂಬಂಧ |
|-----------|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ಆಯತ | ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬ ಕೋನಗಳು |  | 1) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. 2) ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ. | ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಲಂಬ ಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. | 1)ಕರ್ಣವು ಆಯತವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. 2) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ. 3) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. |
| ವಜ್ರಾಕೃತಿ | ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ |  | 1)ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. 2)ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ. | 1)ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ. 2)ಯಾವುದೇ 2 ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° | 1)ಕರ್ಣಗಳು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು 2 ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. 2)ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. |
| ಚೌಕ | ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬಕೋನಗಳು |  | 1)ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. 2)ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರ. | ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಲಂಬಕೋನಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. | 1)ಕರ್ಣಗಳು ಚೌಕವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. 2) ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ. 3) ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. |

ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಪರಿವಾರ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸೂಚಿಸಬಹುದು:



A Project

6.7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಎರಡು ಕೋನಗಳು, $(x+30)$ ಮತ್ತು $(2x-60)$ ಆಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $=180^\circ$

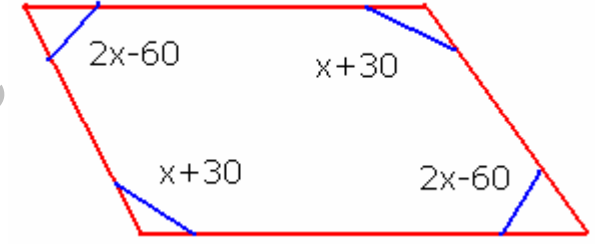
$\therefore (x+30)+(2x-60) = 180^\circ$ { $\because (x+30)$ ಮತ್ತು $(2x-60)$ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು}

$\therefore 3x-30 = 180^\circ \quad \therefore x = 70^\circ$

\therefore ಆ ಕೋನಗಳು: $x+30 = 100^\circ$ ಮತ್ತು $2x-60 = 80^\circ$

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ.

\therefore ಉಳಿದೆರಡು ಕೋನಗಳು 100° ಮತ್ತು 80° . ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು: $100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$ ಮತ್ತು 80°



A Project of www.eShale.com

6.7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, $\angle DAB = 70^\circ$, $\angle DBC = 80^\circ$ ಆದರೆ $\angle CDB$ ಮತ್ತು $\angle ABD$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° .

$$\therefore \angle BAD + \angle ABD + \angle DBC = 180^\circ$$

$$\therefore 70^\circ + \angle ABD + 80^\circ = 180^\circ \therefore \angle ABD = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ$$

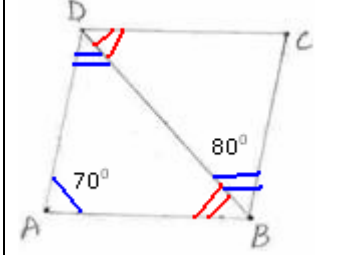
BA || CD, ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು ಸಮ.

$$\therefore \angle CDB = \angle ABD \text{ ಮತ್ತು } \angle ADB = \angle DBC \therefore \angle CDB = 30^\circ, \angle ADB = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 30^\circ + 80^\circ = 110^\circ$$

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭುಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ. $\therefore \angle BCD = 70^\circ$.

ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು: $70^\circ, 110^\circ, 70^\circ$ ಮತ್ತು 110°



A Project of www.EShale.org

6.7.4 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು 3:5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ ಮತ್ತು ಸುತ್ತಳತೆ 48 ಸೆ.ಮಿ. ಆದರೆ ಆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ.

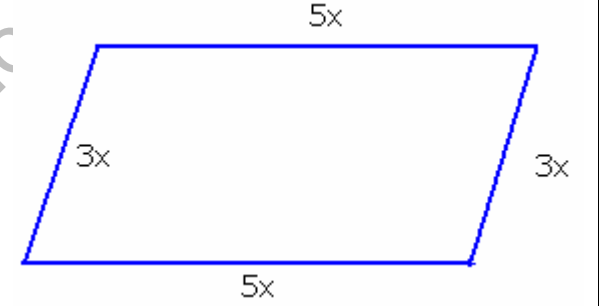
ಪರಿಹಾರ:

ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ = 3:5: ಆ ಬಾಹುಗಳು $3x$ ಮತ್ತು $5x$ ಆಗಿರಲಿ.

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ, ಸುತ್ತಳತೆ = ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ

$$\therefore 3x+5x+3x+5x = 48 \therefore 16x = 48$$

$$\therefore x = \frac{48}{16} = 3 \therefore 3x = 3*3 = 9 \text{ ಸೆ.ಮಿ.}, 5x = 5*3 = 15 \text{ ಸೆ.ಮಿ.}$$



ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು : 9 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 15 ಸೆ.ಮಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು 9 ಸೆ.ಮಿ., 15 ಸೆ.ಮಿ., 9 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 15 ಸೆ.ಮಿ

ತಾಳೆ: ಸುತ್ತಳತೆ = ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ = $9+15+9+15 = 48$ ಸೆ.ಮಿ (ದತ್ತಾಂಶ)

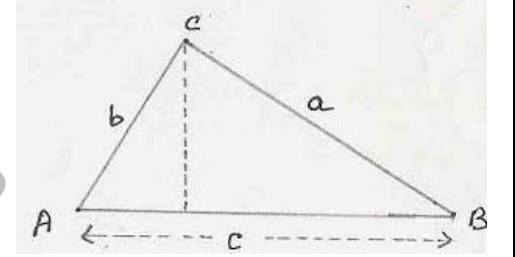
6.7.1 ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ:

a, b ಮತ್ತು c ಗಳು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳಾದರೆ ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದಂತೆ

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

ಇಲ್ಲಿ $s = (a+b+c)/2$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಅರ್ಧ ಸುತ್ತಳತೆ)

ಗಮನಿಸಿ ಇದನ್ನು ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆಯಾದರೂ **ಭಾಸ್ಕರ** ತನ್ನ 'ಲೀಲಾವತಿ' ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದಾನೆ(ಶ್ಲೋಕ 169).



6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜಾಕೃತಿಯ ಉದ್ಯಾನವನದ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 18m, 24m ಮತ್ತು 30m ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟು? ಹಾಗೆಯೇ ಅತೀ ಉದ್ದದ ಬಾಹುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

$a=18, b=24$ ಮತ್ತು $c=30$ ಆಗಿರಲಿ.

$$\therefore s = (a+b+c)/2 = 36$$

$$\therefore \text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{36*18*12*6} = \sqrt{46656} = 216$$

ಅತೀ ಉದ್ದದ ಬಾಹು 30m ಆಗಿದೆ. h ಎನ್ನುವುದು ಎತ್ತರ ಆಗಿರಲಿ.

$$\text{ಆಗ } 216 = 1/2*30*h \quad (\because \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = (1/2)* \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ})$$

$$\therefore h = 216/15 = 14.4\text{m}$$

ತಾಳ:

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 1/2*30*14.4 = 216$$

6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 2: 32 cm ಕರ್ಣ ಇರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಹಾಗೂ 8 cm ಪಾದವನ್ನು ಮತ್ತು ಪ್ರತೀ ಬಾಹು 6 cm ಇರುವ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಗಾಳಿಪಟವು ಮೂರು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಭಾಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇದರಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಪ್ರತೀ ಭಾಯಯ ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಗಾಳಿಪಟ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಕರ್ಣ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ಮತ್ತು $AB=BC$

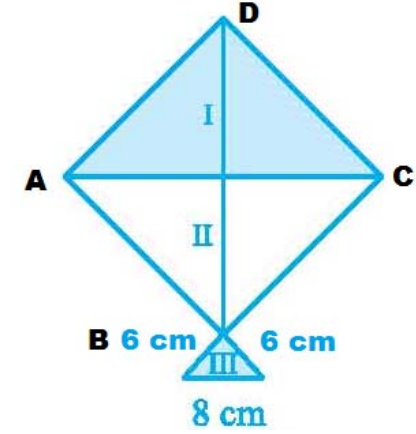
$$\therefore 32^2 = 2AB^2$$

I ಭಾಯಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = II ಭಾಯಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಚ. ಸೆ.ಮೀ.

$$= \frac{1}{2} (\text{ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}) = \frac{1}{2} (AB \cdot AB) = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} 16 \cdot 32 = 256 \text{ ಚ. ಸೆ.ಮೀ.}$$

ಗಾಳಿಪಟದ ಪಾದ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರದ $s = \frac{8+6+6}{2} = 10$.

$$\text{ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \sqrt{10 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} = \sqrt{320} = \sqrt{64 \cdot 5} = 8\sqrt{5}$$



Note: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ 4 ಬಾಹುಗಳ ಮತ್ತು 1 ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೆರಾನ್ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕದಂತೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

6.7.1 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಒಂದು ಹೂವಿನ ವಿನ್ಯಾಸವು 8 ಚತುರ್ಭುಜಾಕಾರದ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ಇದರ ಬಾಹುಗಳು 28cm, 9cm, 9cm ಮತ್ತು 28cm ಆಗಿವೆ. ಇದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ 35cm ಆಗಿದೆ. ಈ ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿ cm^2 ಗೆ 50 ಪೈಸೆಯಂತೆ ನುಣುಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಪ್ರತಿ ಹಾಸುಗಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 2* ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳು: $a=28$, $b=9$ ಮತ್ತು $c=35$.

$$\therefore s = (a+b+c)/2 = 36$$

$$\therefore \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{36*8*27*1} = \sqrt{7776} = 88.2 \text{ ಚ. ಸೆಂ.ಮೀ}$$

$$\therefore \text{ಹಾಸುಗಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2* \text{ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 176.4 \text{ ಚ. ಸೆಂ.ಮೀ}$$

$$\therefore \text{ನುಣುಪು ಮಾಡಬೇಕಾದ ಜಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \text{ಹಾಸುಗಲ್ಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} * \text{ಹಾಸುಗಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$= 8*176.4 = 1411.2 \text{ ಚ. ಸೆಂ.ಮೀ}$$

$$\therefore \text{ನುಣುಪು ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ} = \text{ರೂ } 0.5*1411.2 = \text{ರೂ. } 705.6$$

