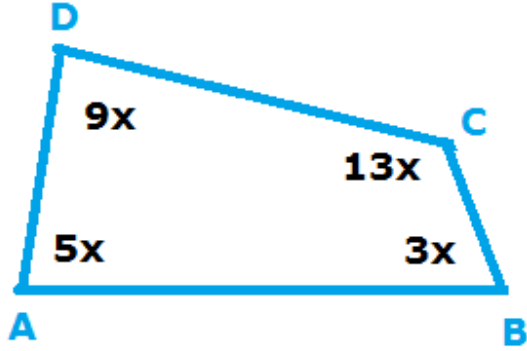
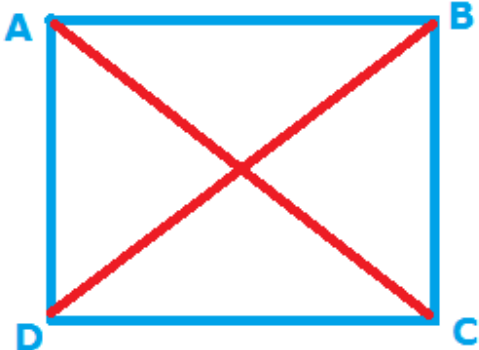


## ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

7.1.1 ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು 3:5:9:13 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

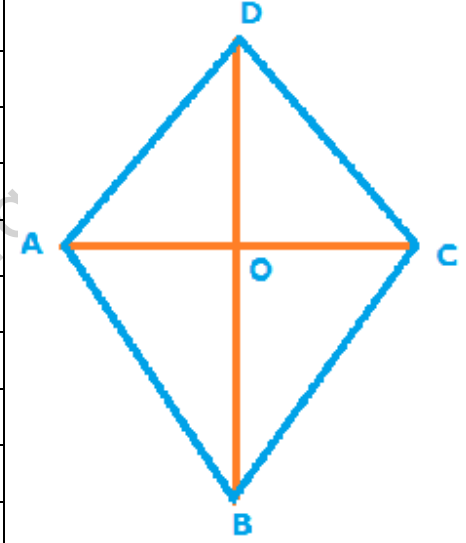
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$3:5:9:13 = 3x:5x:9x:13x$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದದಿಂದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅನುಪಾತ ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಇಲ್ಲಿ $x$ ನಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ.	
2	$3x+5x+9x+13x= 360^\circ$	ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $360^\circ$	
3	$30x= 360^\circ \quad \therefore x=12^\circ$		
4	$\angle A=5x=60^\circ, \angle B=3x=36^\circ, \angle C=13x=156^\circ, \angle D=9x=108^\circ$		

7.1.2 ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಿದ್ದರೆ ಅದು ಆಯತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1		$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle BAD$ ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$AB=BA$	AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು	
3	$AC=BD$	(ದತ್ತ)	
4	$AD=BC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು	
5	$\triangle ABC \cong \triangle BAD$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ	
6	$\angle DAB = \angle CBA$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ	
7	$\angle DAB + \angle CBA = 180^\circ$	AB ಛೇದಕದ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$	
8	$\therefore \angle DAB = \angle CBA = 90^\circ$ , ABCD ಆಯತ		

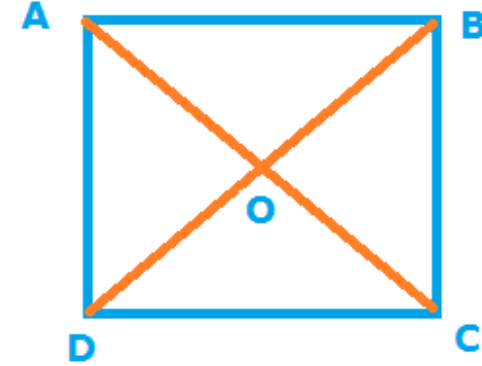
7.1.3 ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ಅದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COB$ ಗಳಲ್ಲಿ
2	$AO = CO$	(ದತ್ತ)
3	$\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$	(ದತ್ತ)
4	$OB = BO$	OB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
5	$\triangle AOB \cong \triangle COB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$AB = BC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	$AD = DC$	ಮೇಲಿನಂತೆ $\triangle AOD \cong \triangle COD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ
8	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸಿವೆ. (ದತ್ತ)
9	ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ	ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿವೆ ಎಂದು ದತ್ತದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದೆ.



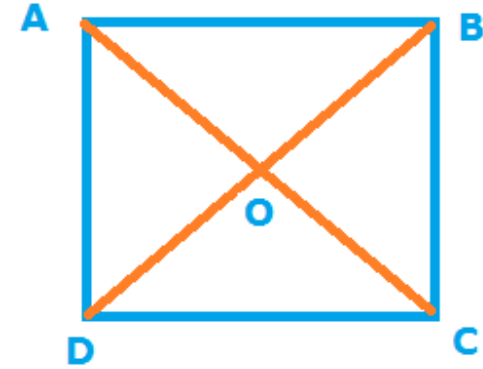
7.1.4 ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಮತ್ತು ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta DOC$ ಮತ್ತು $\Delta AOB$ ಗಳಲ್ಲಿ
2	$DC = AB$	ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
3	$\angle DCO = \angle BAO$	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
4	$\angle BDO = \angle ABO$	ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
5	$\Delta DOC \cong \Delta AOB$	ಕೋ. ಬಾ.ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$DO = OB$ & $AO = OC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7	$\therefore$ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ	
8	$\Delta DCA \cong \Delta DCB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
9	$AC = BD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
10		$\Delta AOD$ ಮತ್ತು $\Delta DOC$ ಗಳಲ್ಲಿ
11	$OD = DO$	DO ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
12	$AD = DC$	ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
13	$AO = OC$	(6) ರಿಂದ
14	$\Delta AOD \cong \Delta DOC$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
15	$\angle AOD = \angle DOC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
16	$\angle AOD + \angle DOC = 180^\circ$	ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$
17	$\therefore 2\angle AOD = 180^\circ \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ \Rightarrow DO \perp AC$ ( $DB \perp AC$ )	



7.1.5 ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿದರೆ ಅದು ವರ್ಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

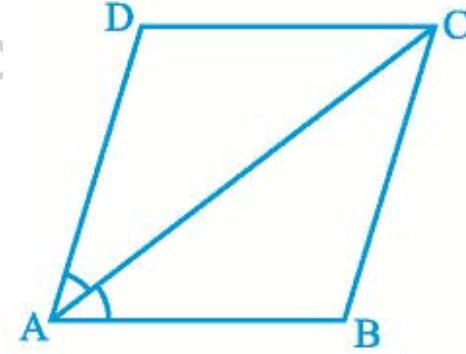
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\Delta ADC$ ಮತ್ತು $\Delta BCD$ ಗಳಲ್ಲಿ	
2	$DC=CD$	DC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
3	$AD=BC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
4	$AC=BD$	ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ(ದತ್ತ)
5	$\Delta ADC \cong \Delta BCD$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$\angle ADC = \angle BCD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
7	$\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$	$AD \parallel BC$ , ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$
8	$2\angle ADC = 180^\circ$ $\therefore \angle ADC = 90^\circ = \angle BCD$	(6) ಮತ್ತು (7)ರಿಂದ
9	$\Delta DOC$ ಮತ್ತು $\Delta BOC$ ಗಳಲ್ಲಿ	
10	$DO=BO$	ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸಿವೆ. (ದತ್ತ)
11	$\angle DOC = \angle BOC = 90^\circ$	ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸಿವೆ. (ದತ್ತ)
12	$OC=CO$	OC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
13	$\Delta DOC \cong \Delta BOC$	ಬಾ. ಕೋ. ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
14	$DC=BC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
15	$AD=BC=DC$	(3) ಮತ್ತು (7)ರಿಂದ. ಮೇಲಿನಂತೆ $AB=DC$ ಸಾಧಿಸಿ
16	ABCD ಒಂದು ವರ್ಗ	(8) ಮತ್ತು (15)ರಿಂದ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ ಮತ್ತು ಅವುಗಳು ಲಂಬವಾಗಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಿವೆ



7.1.6 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಕರ್ಣ AC ಯು  $\angle A$  ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

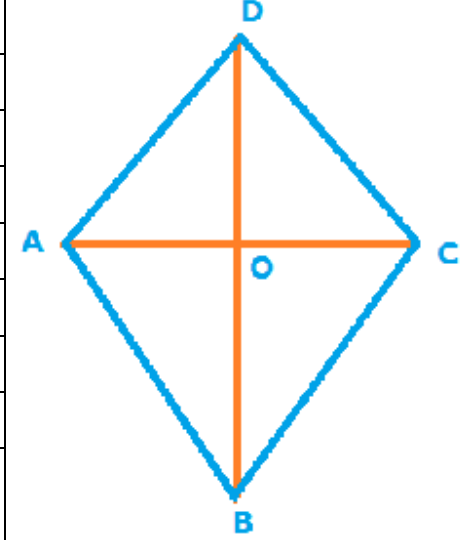
1. ಅದು  $\angle C$  ಯನ್ನೂ ಸಹ ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ
2. ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle DAC = \angle CAB$	(ದತ್ತ)
2	$\angle DAC = \angle BCA$	$AD \parallel BC$ - ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
3	$\angle DCA = \angle CAB$	$AD \parallel BC$ - ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
4	$\angle BCA = \angle DCA$	(1) , (2) ಮತ್ತು (3)ರಿಂದ
5	$\Rightarrow AC$ ಯು $\angle C$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	
6	$\angle DAC = \angle BCA = \angle DCA$	(2) ಮತ್ತು (4)ರಿಂದ
7	$AD = DC$	(6)ರಿಂದ $\triangle ADC$ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
8	$AB = DC$ & $AD = BC \Rightarrow$ ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	
9	(7) ಮತ್ತು (8)ರಿಂದ $AB = BC = DC = AD \Rightarrow$ ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ	



7.1.7 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AC ಕರ್ಣವು  $\angle A$  ಮತ್ತು  $\angle C$  ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣವು  $\angle B$  ಮತ್ತು  $\angle D$  ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ:

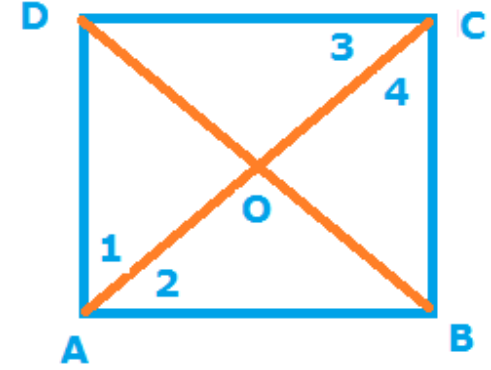
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=BC=DC=AD$	ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ
2		$\triangle AOD$ ಮತ್ತು $\triangle AOB$ ಗಳಲ್ಲಿ
3	$AO=OA$	AO ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$AB=AD$	(1) ರಿಂದ
5	$OB=OD$	ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.
6	$\triangle AOD \cong \triangle AOB$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
7	$\angle OAD = \angle OAB$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
8		$\Rightarrow$ AC ಕರ್ಣವು $\angle A$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
9	$\triangle BOC \cong \triangle DOC$	ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು $\triangle BOC$ ಮತ್ತು $\triangle DOC$ ಗಳಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ.
10	$\angle OCB = \angle OCD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
11		$\Rightarrow$ AC ಕರ್ಣವು $\angle C$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.
12		ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನು $\triangle AOB$ ಮತ್ತು $\triangle COB$ ಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ $\triangle AOD$ ಮತ್ತು $\triangle COD$ ಗಳಲ್ಲಿ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿದಾಗ BD ಕರ್ಣವು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದು ಬರುತ್ತದೆ.



7.1.8 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಆಯತ. AC ಕರ್ಣವು  $\angle A$  ಮತ್ತು  $\angle C$  ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

1. ABCD ಒಂದು ವರ್ಗ .
2. BD ಕರ್ಣವು  $\angle B$  ಮತ್ತು  $\angle D$  ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

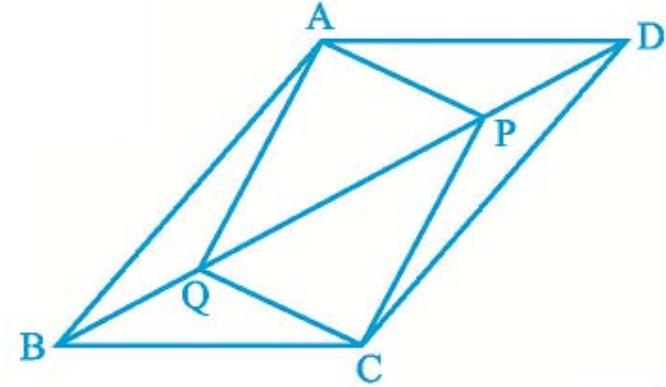
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta ABC$ ಮತ್ತು $\Delta ADC$ ಗಳಲ್ಲಿ
2	$\angle 1 = \angle 2$ & $\angle 3 = \angle 4$	AC ಕರ್ಣವು $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle C$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ(ದತ್ತ)
3	$AC = CA$	AC ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\Delta ABC \cong \Delta ADC$	ಕೋ. ಬಾ.ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
5	$AB = AD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
6	$AB = BC = CD = AD \Rightarrow$ ABCD ಒಂದು ವರ್ಗ	ABCD ಒಂದು ಆಯತ(ದತ್ತ) ಮತ್ತು (5)ರಿಂದ.
7		$\Delta ABD$ ಮತ್ತು $\Delta BDC$ ಗಳಲ್ಲಿ
8	$AB = BC$ & $AD = DC$	ABCD ಒಂದು ವರ್ಗ : (6)ರಿಂದ
9	$BD = DB$	BD ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
10	$\Delta ABD \cong \Delta BDC$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
11	$\angle ABD = \angle BDC$ & $\angle ADB = \angle CDB$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
12	$\Rightarrow$ BD ಕರ್ಣವು $\angle B$ ಮತ್ತು $\angle D$ ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	



7.1.9 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ DP=BQ ಆಗುವಂತೆ ಕರ್ಣ BD ಯ ಮೇಲೆ P ಮತ್ತು Q ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದೆ. ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

1.  $\Delta APD \cong \Delta CQB$
2.  $AP=CQ$
3.  $\Delta AQB \cong \Delta CPD$
4.  $AQ=CP$
5. APCQ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta APD$ ಮತ್ತು $\Delta CQB$ ಗಳಲ್ಲಿ
2	$DP=BQ$	(ದತ್ತ)
3	$\angle ADP = \angle QBC$	$AD \parallel BC$ , ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
4	$AD=CB$	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
5	$\Delta APD \cong \Delta CQB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$AP=CQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
7		$\Delta AQB$ ಮತ್ತು $\Delta CPD$ ಗಳಲ್ಲಿ
8	$BQ=DP$	(ದತ್ತ)
9	$\angle ABD = \angle PDC$	$AB \parallel CD$ , ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
10	$AB=CD$	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
11	$\Delta AQB \cong \Delta CPD$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
12	$AQ=CP$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
13	$AP=CQ$ & $AQ=CP$	(6) ಮತ್ತು (12)ರಿಂದ
14	$\Rightarrow$ APCQ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ( $\because$ ಎಲ್ಲಾ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)	

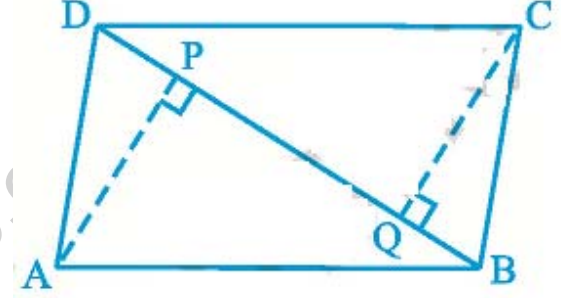




7.1.10 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AP ಮತ್ತು CQ ಗಳು A ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳಿಂದ BD ಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳಾಗಿವೆ. ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

1.  $\Delta APB \cong \Delta CQD$
2.  $AP=CQ$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta APB$ ಮತ್ತು $\Delta CQD$ ಗಳಲ್ಲಿ
2	$\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$	$AP \perp DB$ & $CQ \perp DB$ (ದತ್ತ)
3	$AB=CD$	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
4	$\angle ABP = \angle CQD$	$AD \parallel DC$ - ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು
5	$\Delta APB \cong \Delta CQD$	ಕೋ. ಬಾ. ಕೋ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
6	$AP=CQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ

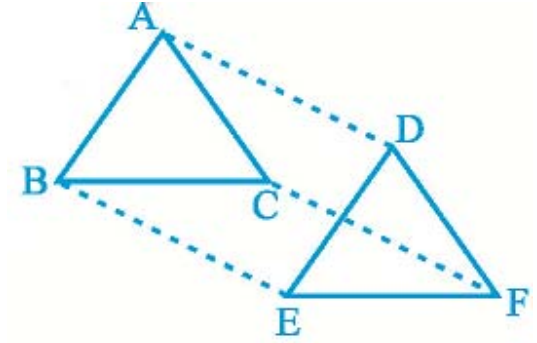


A Project of www.weshale.com

7.1.11 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ  $\triangle ABC$  ಮತ್ತು  $\triangle DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ  $AB=DE$ ,  $AB \parallel DE$ ,  $BC=EF$  ಮತ್ತು  $BC \parallel EF$  ಆಗಿದೆ. A, B ಮತ್ತು C ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D, E ಮತ್ತು F ಶೃಂಗಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿದೆ. ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

- i) ABED ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ii) BEFC ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ iii)  $AD \parallel CF$  &  $AD=CF$   
 (iv) ACFD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ v)  $AC=DF$  vi)  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=DE$ , $AB \parallel DE$	(ದತ್ತ)
2	ABED ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow AD=BE$ & $AD \parallel BE$	ಪ್ರಮೇಯದ ರೀತ್ಯಾ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
3	$BC=EF$ ಮತ್ತು $BC \parallel EF$	(ದತ್ತ)
4	BEFC ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow BE=CF$ & $BE \parallel CF$	ಪ್ರಮೇಯದ ರೀತ್ಯಾ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
5	$AD=CF$ & $AD \parallel CF$	(2) ಮತ್ತು (4)ರಿಂದ
6	ACFD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\Rightarrow AC=DF$ & $AC \parallel DF$	ಪ್ರಮೇಯದ ರೀತ್ಯಾ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
7		$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ
8	$AB=DE$ & $BC=EF$	(ದತ್ತ)
9	$AC=DF$	(6)ರಿಂದ
10	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	ಬಾ. ಬಾ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ

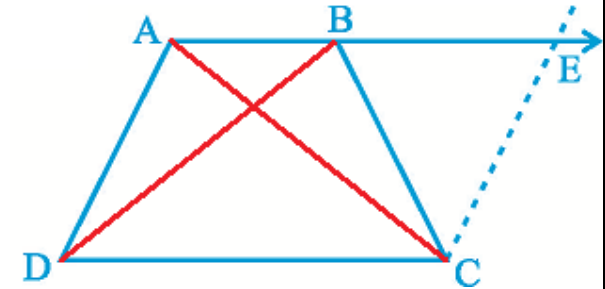


7.1.12 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ  $AB \parallel CD$  ಮತ್ತು  $AD=BC$  ಅಗಿದೆ .ಸಾಧಿಸಿ:

i)  $\angle A = \angle B$  ii)  $\angle C = \angle D$  iii)  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$  iv) ಕರ್ಣ  $AC =$  ಕರ್ಣ  $BD$

ರಚನೆ: AB ರೇಖೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿ AD ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ C ಯಿಂದ CE ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AD=EC$	$AB \parallel CD$ (ದತ್ತ) & ರಚನೆಯಿಂದ ADCE ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
3	$EC=BC$	$AD=BC$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು (1)ರಿಂದ
4	$\angle CBE = \angle CEB$	ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಬಾಹುಗಳ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ
5	$\angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$	ಸರಳ ಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
6	$\angle DAB + \angle CEB = 180^\circ$	$AD \parallel EC$ (ರಚನೆ) $\therefore$ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$
7	$\angle ABC + \angle CBE = \angle DAB + \angle CEB$	(5) ಮತ್ತು (6)ರಿಂದ
8	$\angle ABC = \angle DAB$	(4) ಮತ್ತು (7)ರಿಂದ
9	$\angle DAB + \angle ADC = 180^\circ$ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$	$AB \parallel CD$ (ದತ್ತ) $\therefore$ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^\circ$
10	$\angle DAB + \angle ADC = \angle ABC + \angle BCD$	(9) ರಿಂದ
11	$\angle ADC = \angle BCD$	(8)ರಿಂದ
12		$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle BAD$ ಗಳಲ್ಲಿ
13	$AB=BA$	AB ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
14	$BC=AD$	(ದತ್ತ)
15	$\angle ABC = \angle DAB$	(8)ರಿಂದ
16	$\triangle ABC \cong \triangle BAD$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
17	$AC=BD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ



## ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

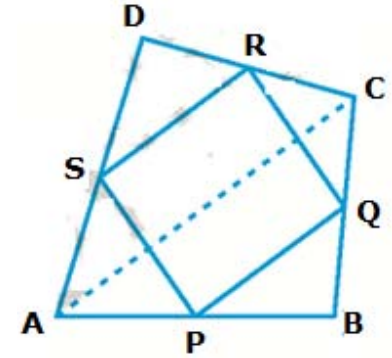
7.2.1 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. AC ಕರ್ಣ ಆದರೆ ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

3.  $SR \parallel AC$  &  $SR = \frac{1}{2} AC$

4.  $PQ = SR$

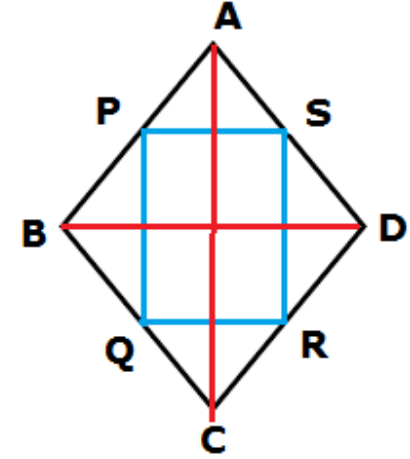
5. PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	$\Delta DAC$ ಯಲ್ಲಿ DA ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು S ಮತ್ತು DC ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು R ಆಗಿದೆ. ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
2	$PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$	$\Delta BAC$ ಯಲ್ಲಿ AB ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು P ಮತ್ತು BC ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು Q ಆಗಿದೆ. ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
3	$PQ \parallel SR$ & $PQ = SR$	(1) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ
4	PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	(3)ರಿಂದ



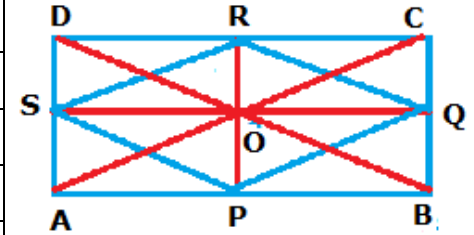
7.2.2 ಕೆಳಗಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1		$\Delta SRD$ ಮತ್ತು $\Delta PQB$ ಗಳಲ್ಲಿ
3	$DS = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} BC = BQ$ ; $DR = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} AB = PB$ $\angle SDR = \angle PBO$	$AD=BC$ (ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ) $AS=SD$ & $BP=AP$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
4	$\Delta SRD \cong \Delta PQB$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
5	$SR=PQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
6		$\Delta RCQ$ ಮತ್ತು $\Delta ASP$ ಗಳಲ್ಲಿ
7	$RC = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB = AP$ ; $CQ = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} AD = AS$ $\angle SAP = \angle RCQ$	$AD=BC$ (ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿ) $AS=SD$ & $BP=AP$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
8	$\Delta RCQ \cong \Delta ASP$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
9	$RQ=SP$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
10	PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	PQRS ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡೂ ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
11	$RQ \parallel BD$	$\Delta CBD$ ಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
12	$RS \parallel AC$	$\Delta ADC$ ಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿದೆ.
13	PQRS ಒಂದು ಆಯತ	ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಇದರ ಕರ್ಣಗಳು PQRS ನ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ(ಹಂತ (11,12)) ಹಾಗೂ PQRS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ(ಹಂತ (10))



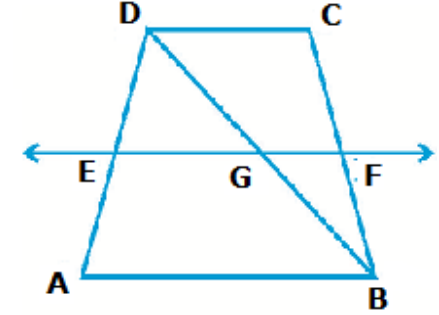
7.2.3 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ಆಯತ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ P, Q, R ಮತ್ತು S ಆಗಿವೆ. PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\triangle ABC$ & $\triangle ADC$ ಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ. $PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$ ; $SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	
2	$PQ \parallel SR$ & $PQ = SR$	(1)ರಿಂದ
3	(2)ರಿಂದ PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ $\therefore PS = QR$	
4	ABCD ಒಂದು ಆಯತ & S, AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. Q, BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. (ದತ್ತ) $AD = BC \therefore AS = BQ$	
5	$\triangle APS$ ಮತ್ತು $\triangle BPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ	
6	$AP = BP$	P, AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. (ದತ್ತ)
7	$\angle SAP = \angle QBP = 90^\circ$	ABCD ಆಯತ(ದತ್ತ)
8	$AS = BQ$	(4)ರಿಂದ
9	$\triangle APS \cong \triangle BPQ$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
10	$PS = PQ$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
11	$PS = PQ = SR = QR$	(10), (3) ಮತ್ತು (2)ರಿಂದ
12	$\triangle ORQ$ ಮತ್ತು $\triangle OPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ	
13	$OQ = OQ$	OQ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
14	$PQ = QR$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ(ಹಂತ (10)) $\triangle PRQ$ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\angle ORQ = \angle OPQ$	
15	$PQ = RQ$	(11)ರಿಂದ
16	$\triangle ORQ \cong \triangle OPQ$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ $\Rightarrow OR = OP$ & $\angle ROQ = \angle POQ = 90^\circ$ (ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳು)	
18	PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ	ಮೇಲಿನಂತೆ $\triangle ORS \cong \triangle ORQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದಾಗ $OS = OQ$ & $\angle SOR = \angle QOR = 90^\circ$ ಅಂದರೆ PQRS ನ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ



7.2.4 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.  $AB \parallel DC$ , BD ಕರ್ಣ ಮತ್ತು AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E ಆಗಿದೆ. E ಮೂಲಕ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BC ಯನ್ನು F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು F ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

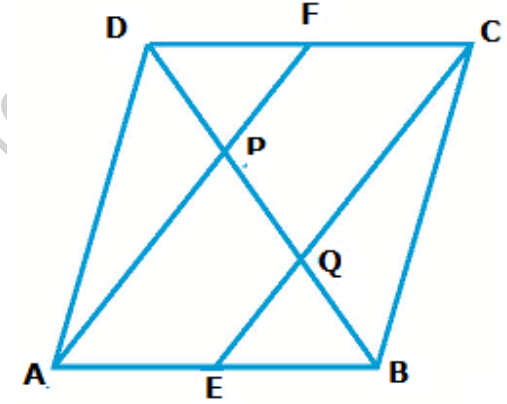
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	DB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು G	$\triangle ABD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ AD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E(ದತ್ತ). $EF \parallel EG \parallel AB$ (ರಚನೆ) $\triangle ABD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಿಂದ
3	BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು F	$\triangle DCB$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ (1)ರಿಂದ & $DC \parallel AB \Rightarrow GF \parallel DC$ (ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ)



A Project of www.eShale.org

7.2.5 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ E ಮತ್ತು F ಆಗಿವೆ. AF ಮತ್ತು EC ರೇಖಾಖಂಡಗಳು BD ಕರ್ಣವನ್ನು ತ್ರಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

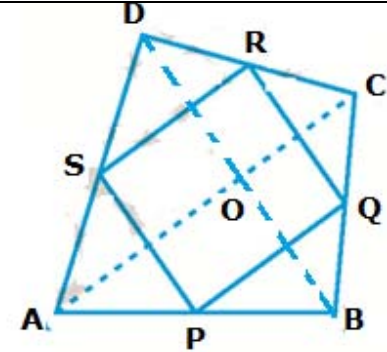
ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AE \parallel CF$ & $AB=CD$	ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ
3	$AE=CF$	$AE=EB$ ; $DF=FC$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು (1)ರಿಂದ
4	$\therefore AECF$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ
5	$AF \parallel EC$ & $FP \parallel QC$	$\triangle QCD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ (4)ರಿಂದ
6	$DP=PQ$	$\triangle QCD$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ
7	$BQ=QP$	ಹಂತಗಳನ್ನು (5)ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ $\triangle APB$ ಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ
8	$DP=PQ=BQ$	(6) ಮತ್ತು (7)ರಿಂದ



7.2.6 ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

**ರಚನೆ:** AC ಮತ್ತು BD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$PQ \parallel AC$ & $PQ = \frac{1}{2} AC$	$\triangle ABC$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AP=PB$ & $BQ=CQ$ & ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ
2	$SR \parallel AC$ & $SR = \frac{1}{2} AC$	$\triangle ADC$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ $AS=SD$ & $DR=RC$ & ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ
3	$PQ \parallel SR$ & $PQ=SR$	(1)ರಿಂದ
4	PQRS ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ	ಒಂದು ಜೊತೆ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ
5	$OP=OR$ & $OS=OQ$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.





7.2.7 ABC ಯು  $\angle C$  ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. ವಿಕರ್ಣ AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಮೂಲಕ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಒಂದು ರೇಖೆಯು AC ಯನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ: ಆಗ ಸಾಧಿಸಿ:

- 1) AC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು D
- 2)  $MD \perp AC$
- 3)  $CM = MA = \frac{1}{2} AB$

ಹಂತ.	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$MD \parallel BC$	(ದತ್ತ)
3	$\angle ADM = 90^\circ$	$\angle C$ ಲಂಬಕೋನ & (1)ರಿಂದ, $MD \perp AC$
4	$AD = DC$	AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M(ದತ್ತ) & (1)ರಿಂದ & $\triangle ACB$ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದಂತೆ
5	$\triangle ADM$ ಮತ್ತು $\triangle CDM$ ಗಳಲ್ಲಿ	
6	$AD = DC$	(4)ರಿಂದ
7	$\angle ADM = \angle MDC = 90^\circ$	(3)ರಿಂದ
8	$DM = MD$	DM ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
9	$\triangle ADM \cong \triangle CDM$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸರ್ವಸಮತೆಯ ನಿಯಮ
10	$AM = CM$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ
11	$AM = CM = \frac{1}{2} AB$	(10)ರಿಂದ & $AM = \frac{1}{2} AB$ (ದತ್ತ)

