

6.8 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು:

6.8.1 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ

ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ರಚಿಸಲು, ನಮಗೆ 5 ಅಂಶಗಳು ಬೇಕು ಎಂದು ಈ ಹಿಂದೆ ಪಾಠ 6.7.1 ರಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ: ಅದರಂತೆ

ಚತುರ್ಭುಜ ರಚನೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

ಸಂ.	ದತ್ತ ಬಾಹುಗಳು	ದತ್ತ ಕರ್ಣಗಳು	ದತ್ತ ಕೋನಗಳು	ಒಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು
1	2	2	1	5
2	2	1	2	5
3	4	1	-	5
4	4	-	1	5
5	3	-	2(ಅಂತರ್ಗತ)	5
6	3	2	-	5
7	2(ಪಾರ್ಶ್ವ)	-	3	5

ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ಒಂದು ವಿಶಿಷ್ಟ ಚತುರ್ಭುಜ. ಇದರಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ, ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಲು ನಮಗೆ ಕೇವಲ 3 ಅಂಶಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಸಾಕು.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚನೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು:

ಸಂ.	ದತ್ತ ಬಾಹುಗಳು	ದತ್ತ ಕರ್ಣಗಳು	ದತ್ತ ಕೋನಗಳು	ಒಟ್ಟು ಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು
1	2	1	-	3
2	2	-	1	3
3	-	2	1(ಛೇದನ)	3
4	1	2	-	3

A Project of www.eShale.org

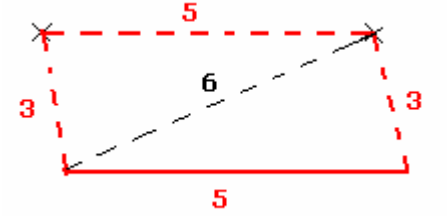
6.8.1.1 ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ನಾವು ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಈ ಕಾರಣದಿಂದ ಇಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆಯು, 4 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿದಂತೆಯೇ ಆಗಿದೆ. (6.6.1 ನೋಡಿ).

6.8.1 ಅಭ್ಯಾಸ 1:

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು 5 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 3ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವು 6 ಸೆ.ಮಿ. ಇದ್ದರೆ, ಆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

(ಬಾಹುಗಳು: 5 ಸೆ.ಮಿ., 3 ಸೆ.ಮಿ., 5 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 3 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಕರ್ಣ 6 ಸೆ.ಮಿ.)



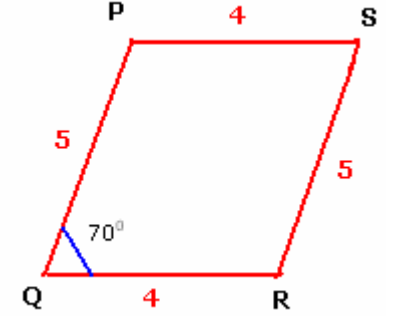
6.8.1.2. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:-

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ ಇಲ್ಲಿ ಈ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದೆಂದರೆ, 4 ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿದಂತೆಯೇ ಆಗಿದೆ. (6.6.1 ನೋಡಿ).

6.8.1 ಅಭ್ಯಾಸ 2:

PQ=5ಸೆಂ.ಮಿ., QR=4ಸೆಂ.ಮಿ. ಮತ್ತು $\angle PQR = 70^\circ$ ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

(ಇಲ್ಲಿ ಬಾಹುಗಳು PQ=5 ಸೆಂ.ಮಿ., QR=4 ಸೆಂ.ಮಿ., RS=5 ಸೆಂ.ಮಿ. ಮತ್ತು PS=4 ಸೆಂ.ಮಿ. ಹಾಗೂ $\angle PQR = 70^\circ$)

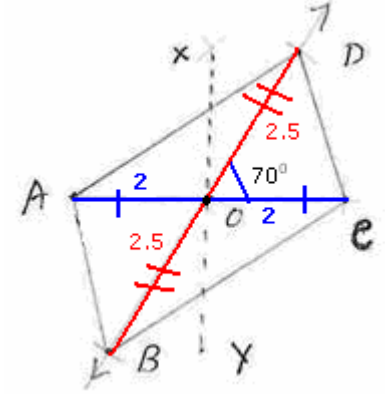


6.8.1.3. ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:*

6.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳು 4 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 5 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 70° ಕೋನವಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಮೊತ್ತಮೊದಲು ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
2	Aಯಿಂದ 4 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Cಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ (AC=4 ಸೆ.ಮಿ.)
3	ACಯನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸಿ. O ಮಧ್ಯಬಿಂದು. (A ಮತ್ತು Cಯಿಂದ ACಯ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ACಯ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಆ ಕಂಸಗಳು X ಮತ್ತು Y ಯಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಲಿ. XY ಜೋಡಿಸಿ. XY ಯು AC ಯ ಲಂಬ ದ್ವಿಭಾಜಕ.ಅದು AC ಯನ್ನು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.
4	O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ACಯೊಂದಿಗೆ 70° ಕೋನವಾಗುವಂತೆ AC ಯ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
5	O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2.5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು B ಮತ್ತು D ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.



ABCD ಯು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

6.8.1.4. ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. ಈ ಲಕ್ಷಣವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ, ಒಂದು ದತ್ತ ಕರ್ಣವನ್ನು ಪಾದರೇಖೆಯನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಕರ್ಣಗಳ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ಇನ್ನೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಅವುಗಳನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ.

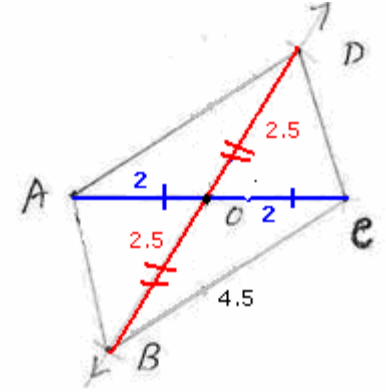
6.8.1 ಅಭ್ಯಾಸ 3: $BC=4.5$ ಸೆಂ.ಮಿ. ಕರ್ಣಗಳು $AC=4$ ಸೆಂ.ಮಿ. ಮತ್ತು $BD=5$ ಸೆಂ.ಮಿ. $ABCD$ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿ.

1) 6.8.1 ಸಮಸ್ಯೆ 1 ರಲ್ಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $AO=OC$, $BO=OD$ ಲಕ್ಷಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ, BCO ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿ.

2) ಇಲ್ಲಿ $BC=4.5$ ಸೆಂ.ಮಿ., $CO=2$ ಸೆಂ.ಮಿ. $BO=2.5$ ಸೆಂ.ಮಿ.

3) ನಂತರ CO ಮತ್ತು BO ಗಳನ್ನು $OA = 2$ ಸೆಂ.ಮಿ. $OD=2.5$ ಸೆಂ.ಮಿ. ಆಗುವಂತೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ.

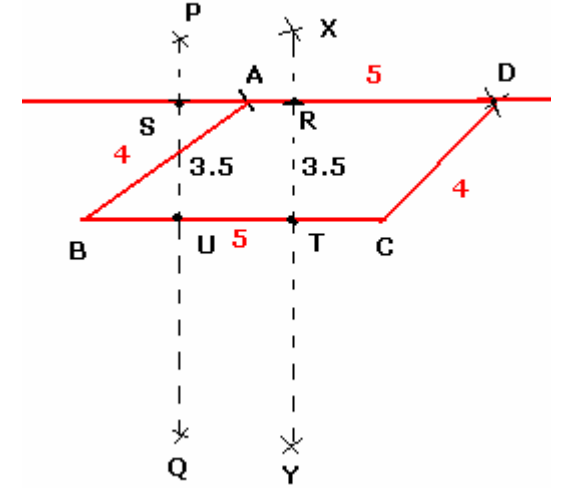
4) CD , DA , AB ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ



6.8.1.5. ಅನುಕ್ರಮ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.

6.8.1 ಅಭ್ಯಾಸ 4: ಅನುಕ್ರಮ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹುಗಳು $AB=4$ ಸೆಂ.ಮಿ, $BC = 5$ ಸೆಂ.ಮಿ. BC ಯಿಂದ ಎತ್ತರ 3.5 ಸೆಂ.ಮಿ. $ABCD$ ಇರುವಂತೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	B ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
2	Bಯಿಂದ 5 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು C ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($BC=5$ ಸೆಂ.ಮಿ.)
3	BC ಯ ಮೇಲೆ XY ಮತ್ತು PQ ಎನ್ನುವ 2 ಲಂಬರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಅದು BC ಯನ್ನು T ಮತ್ತು U ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಲಿ.
4	U ಮತ್ತು T ನಿಂದ 3.5 ಸೆಂ.ಮಿ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ XY ಮತ್ತು PQ ರೇಖೆಗಳನ್ನು R ಮತ್ತು S ನಲ್ಲಿ ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯಿರಿ. RS ವೃದ್ಧಿಸಿ. (RS , BC ಯಿಂದ 3.5 ಸೆಂ.ಮಿ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ).
5	Bಯಿಂದ 4 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ RS ರೇಖೆಯನ್ನು A ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($BA= 4$ ಸೆಂ.ಮಿ.)
6	Aಯಿಂದ 5 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮತ್ತು C ಯಿಂದ 4 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ RS ರೇಖೆಯನ್ನು D ನಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ 2 ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ ($AD=5$ ಸೆಂ.ಮಿ, $CD=4$ ಸೆಂ.ಮಿ.)



6.8.2 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $AB = CD$, $AD = BC$.

D ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ AB ಗೆ (ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ ಮುಂದುವರಿಸಿ)

ಲಂಬಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವುಗಳು AB ಯನ್ನು E ಮತ್ತು F ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

DE ಮತ್ತು CF ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರಗಳು.

$AB \parallel CD$ ಆದ್ದರಿಂದ $DE = CF$.

$\triangle ADE$ ಮತ್ತು $\triangle BFC$ ಗಳು ಸರ್ವಸಮ. ($\because AD = BC$, $DE = CF$,

$\angle DEA = \angle BFC = 90^\circ$ - ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ) $\therefore AE = BF$

$\therefore \triangle ADE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle BFC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

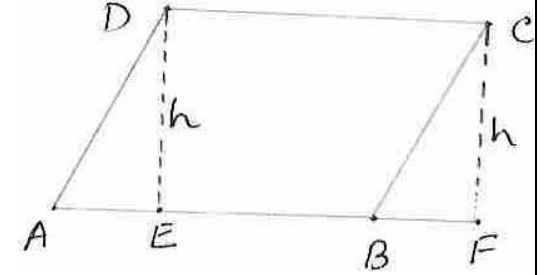
$\therefore ABCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle ADE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ DEBCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= $\triangle BFC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ DEBCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಆಯತ DEFCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಉದ್ದ * ಅಗಲ = $DC * h$

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ * ಎತ್ತರ



6.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ AB=24 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು AD=16 ಸೆ.ಮಿ. AB ಮತ್ತು DC ನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಸೆ.ಮಿ. ಆದರೆ AD ಮತ್ತು BCಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬಾಂತರ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

AB ಮತ್ತು DC ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = ಎತ್ತರ (DE).

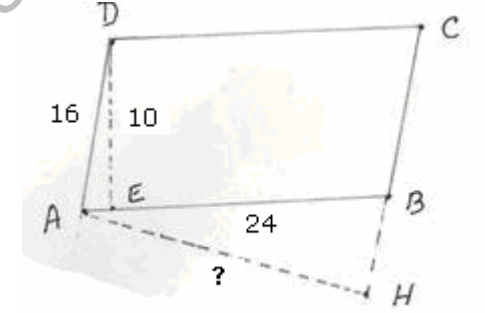
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಪಾದ*ಎತ್ತರ = $24*10 = 240$ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.

ಈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು AD ಪಾದವಾಗಿದ್ದು AH ಎತ್ತರವಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

\therefore ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $AD*AH = 16*AH = 240$ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.

$\therefore 16*AH = 240 \therefore AH = \frac{240}{16} = 15$ ಸೆ.ಮಿ.



6.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ಆಯತ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಅಗಲಗಳು, 14 ಮಿ. ಮತ್ತು 10 ಮಿ. ಆಗಿದೆ. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ 20 ಮಿ. ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

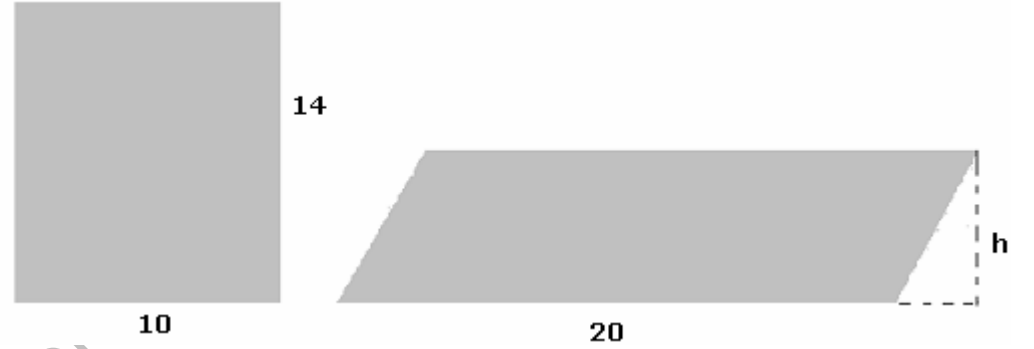
$$\begin{aligned} \text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \text{ಉದ್ದ} \times \text{ಅಗಲ} \\ &= 14 \times 10 = 140 \text{ ಚ.ಮಿ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= \text{ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ದತ್ತ)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} \\ &= \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ} = 140 \text{ ಚ.ಮಿ.} \end{aligned}$$

$$\therefore 20 \times h = 140$$

$$\therefore \text{ಎತ್ತರ} = h = \frac{140}{20} = 7 \text{ ಮಿ.}$$



6.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 3: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಇವುಗಳು ಸಮವಾದ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳ ಅನುಪಾತವೆಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು

B_p ಮತ್ತು H_p ಆಗಿರಲಿ.

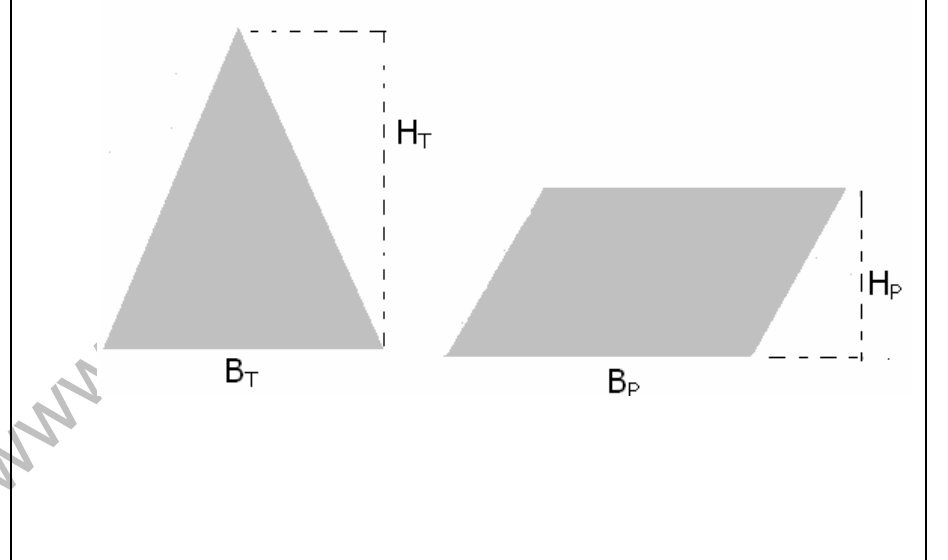
ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಪಾದ * ಎತ್ತರ = $B_p * H_p$

B_T ಮತ್ತು H_T ಗಳು ತ್ರಿಕೋನದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳಾಗಿರಲಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ (ಪಾದ * ಎತ್ತರ)

= $\frac{1}{2} (B_T * H_T)$.



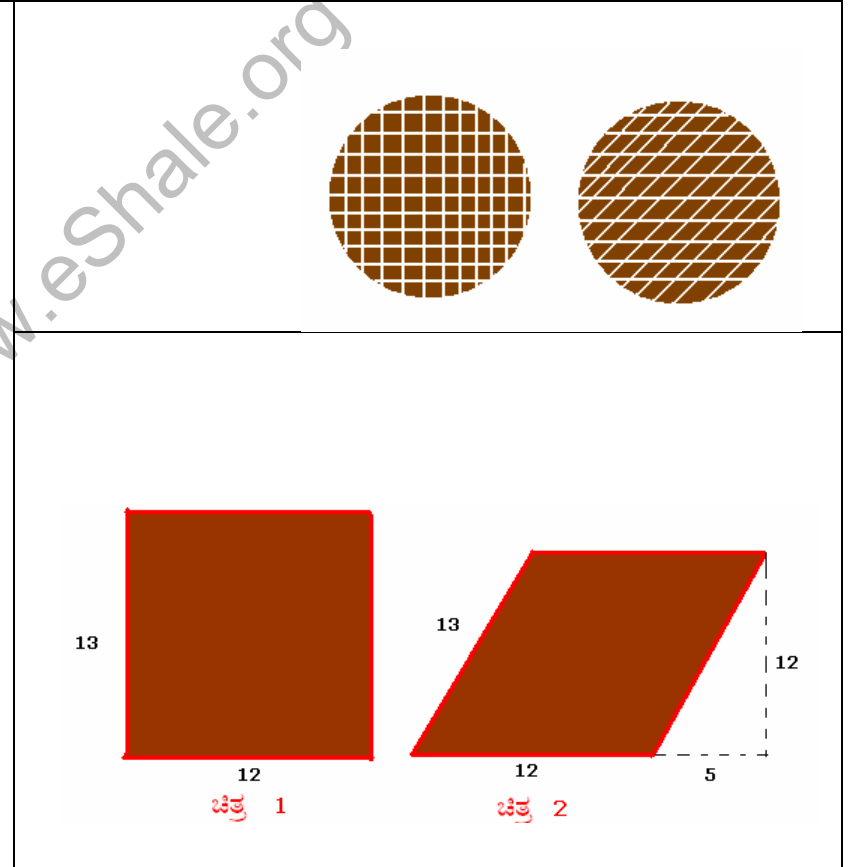
ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. $\therefore B_p * H_p = \frac{1}{2} (B_T * H_T)$.

ಪಾದಗಳು ಒಂದೇ. $\therefore B_p = B_T$. $\therefore H_p = \frac{1}{2} H_T$ ಅಥವಾ $2H_p = H_T$

ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎತ್ತರ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ.

6.8.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗಳಲ್ಲಿ ತಾಯಂದಿರು ಮತ್ತು ಅಜ್ಜಿಯಂದಿರು ಅಥವಾ ಅಂಗಡಿಯವರು ಬರ್ಫಿಯನ್ನು ಆಯತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸುವ ಬದಲು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಏಕೆ ಕತ್ತರಿಸುತ್ತಾರೆಂದು ಬಲ್ಲೀರಾ? (ಅವರು ರೇಖಾಗಣಿತ ಕಲಿತಿದ್ದರಾ?)

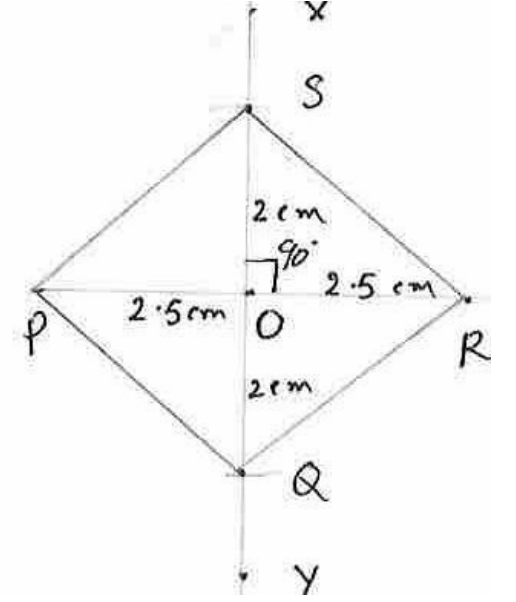
ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಆಯತ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಬದಿಗಳು 12 ಮತ್ತು 13 ಮಾನಗಳಿರಲಿ. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ : ಪಾದ*ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹು = $12*13 = 156$ ಚ.ಮಾನಗಳು. ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ*ಎತ್ತರ = $12*12 = 144$ ಚ.ಮಾನಗಳು. (ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ನ ಪ್ರಮೇಯ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎತ್ತರ ಕಂಡು ಹಿಡಿದಿದ್ದೇವೆ. $(12^2 = 13^2 - 5^2)$) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.



ಆಯತ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಬದಿಗಳು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿದ್ದರೂ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು (ಪಾದ * ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹು) ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕಿಂತ (ಪಾದ * ಎತ್ತರ) ಹೆಚ್ಚು. ಈ ಕಾರಣದಿಂದ ಅವರು ಒಂದೇ ಹರಡುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ತುಂಡುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಲ್ಲರು.

6.8.3 ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ರಚನೆ:

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಲು 3 ಅಂಶಗಳು (ಬಾಹುಗಳು, ಕರ್ಣಗಳು, ಕೋನಗಳು) ಬೇಕೆಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಶಿಷ್ಟ ಲಕ್ಷಣಗಳಿಂದಾಗಿ ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕೇವಲ 2 ಅಂಶಗಳು ಸಾಕು.

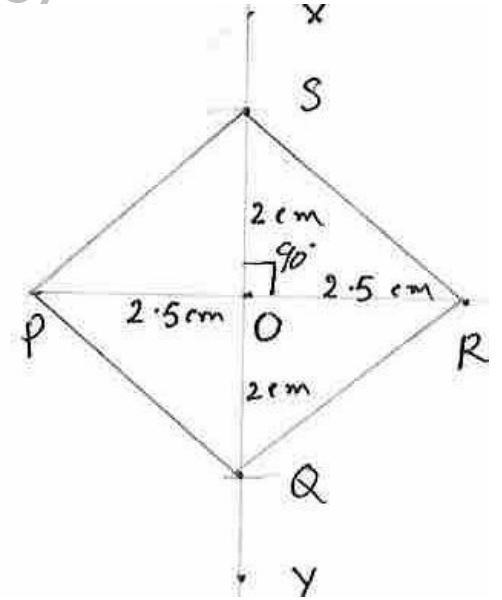


A Project of www.eShale.org

1. ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ರಚನೆ:-

6.8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: PR = 5 ಸೆಂ.ಮಿ., SQ=4 ಸೆಂ.ಮಿ. ಇರುವಂತೆ PQRS ವಜ್ರಾಕೃತಿ ರಚಿಸಿರಿ.

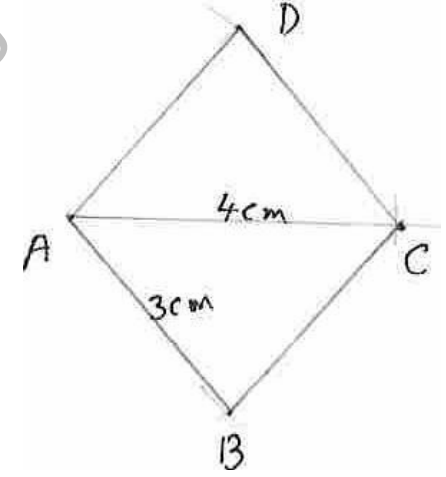
ಹಂತ	ರಚನೆ
1	P ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆ.
2	Pಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟು 5 ಸೆಂ.ಮಿ.(PR=5 ಸೆಂ.ಮಿ.) ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
3	PR ನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ.(P ಮತ್ತು R ಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, PQನ ಅರ್ಧಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ PR ನ ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡೆರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅವು X ಮತ್ತು Y ಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಿವೆ. XY ಜೋಡಿಸಿ. ಇದು PR ನ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕ. ಇದು PR ನ್ನು O ದಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಲಿ.
4	O ಬಿಂದುವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 2 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ OX ಮತ್ತು OY ಗಳನ್ನು S ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ 2 ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
5	PQ,QR,RS,SP ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.PQRS ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ.



2. ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ರಚನೆ:

6.8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $AB = 3$ ಸೆ.ಮಿ., $AC = 4$ ಸೆ.ಮಿ. ಇರುವಂತೆ ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

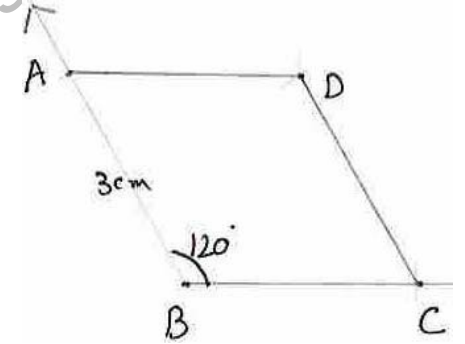
ಹಂತ	ರಚನೆ
1	A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆ.
2	Aಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 4 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. Cಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ ($AC = 4$ ಸೆ.ಮಿ.)
3	Aಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AC ಯ ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗೆ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
4	C ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ಕಂಸಗಳನ್ನು D ಮತ್ತು B ಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. AB, BC, CD ಮತ್ತು DA ಜೋಡಿಸಿರಿ. ABCD ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ.



3. ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಒಂದು ಕೋನವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ:

6.8.3 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $AB = 3$ ಸೆ.ಮಿ., $\angle ABC = 120^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	B ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆ.
2	Bಯಿಂದ, 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು C ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ.
3	B ಯಲ್ಲಿ BC ಯೊಂದಿಗೆ 120° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
4	Bಯಿಂದ 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು A ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ. (BA=3 ಸೆ.ಮಿ. $\angle ABC = 120^\circ$)
5	A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಕಂಸಗಳನ್ನು D ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. AD ಮತ್ತು DC ಜೋಡಿಸಿ. ABCD ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ವಜ್ರಾಕೃತಿ.



6.8.4 ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ :

ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ.

PQRS ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ PR ಮತ್ತು QS ಕರ್ಣಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

PR ಮತ್ತು QS ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅಧಿಸುತ್ತವೆ.

OS ಮತ್ತು OQ ಗಳು ΔPRS ಮತ್ತು ΔPRQ ಗಳ ಎತ್ತರಗಳು.

$$\Delta PRS \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} (\text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ}) = \frac{1}{2} (PR * OS)$$

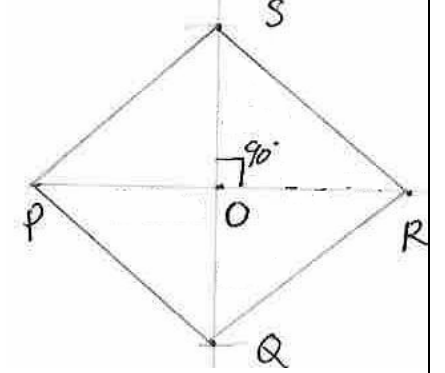
$$\Delta PRQ \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} (\text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ}) = \frac{1}{2} (PR * OQ)$$

$$\therefore PQRS \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \Delta PRS \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} + \Delta PRQ \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}$$

$$= \frac{1}{2} (PR * OS) + \frac{1}{2} (PR * OQ)$$

$$= \frac{1}{2} * PR * (OS + OQ) = \frac{1}{2} * PR * QS \text{ ಚದರ ಮಾನಗಳು}$$

$$\text{ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} * \text{ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ}$$



ಗಮನಿಸಿ : ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಭಾಸ್ಕರರೂ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 176)

6.8.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ 32 ಮಿ. ಇದೆ. ಎರಡು ಕರ್ಣಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ದದ ಕರ್ಣವು ಮತ್ತೊಂದು ಕರ್ಣಕ್ಕಿಂತ 10ಮಿ. ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಚಿಕ್ಕ ಕರ್ಣವು x ಆಗಿರಲಿ. ದೊಡ್ಡ ಕರ್ಣವು ಚಿಕ್ಕ ಕರ್ಣಕ್ಕಿಂತ 10ಮಿ. ಹೆಚ್ಚು.

\therefore ಅದರ ಉದ್ದ $= x + 10$.

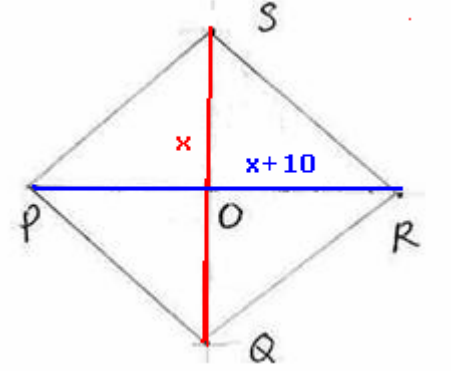
ಕರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ 32 ಮಿ.

$\therefore x + (x + 10) = 32 \therefore 2x + 10 = 32 \therefore 2x = 32 - 10 = 22 \therefore x = 11$ ಮಿ.

\therefore ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣಗಳು: 11 ಮಿ, 21 ಮಿ. ($= 11 + 10$)

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} * \text{ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = \frac{1}{2} * 11 * 21$

$= \frac{231}{2}$ ಚದರ ಮಾನಗಳು



6.8.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ 40ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಅದರ ಒಂದು ಕರ್ಣ 16ಸೆ.ಮಿ. ಆಗಿದೆ. ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ಕರ್ಣ ಮತ್ತು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಒಂದು ಬದಿ x ಆಗಿರಲಿ. ಸುತ್ತಳತೆ ಎಂದರೆ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ.

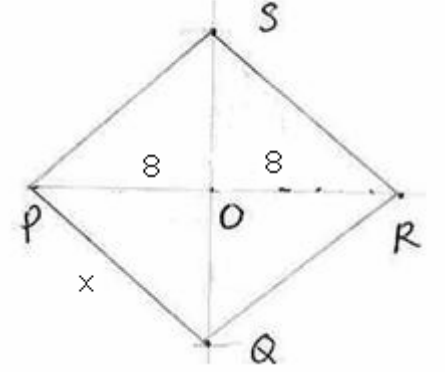
ಇಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ. $\therefore 4x = 40$ ಸೆ.ಮಿ. $\therefore x=10$ ಸೆ.ಮಿ.

ವಜ್ರಾಕೃತಿ PQRS ನಲ್ಲಿ PQ = 10 ಸೆ.ಮಿ.

PQRS ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ, ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅಧಿಸುತ್ತದೆ. (PO=OR, QO=OS).

PR=16ಸೆ.ಮಿ. (ದತ್ತ) \therefore PO=OR=8 ಸೆ.ಮಿ.

POQ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. PQ=10, PO=8



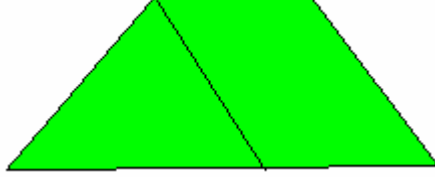
ಘೃಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.

$PQ^2 = PO^2 + OQ^2 \therefore OQ^2 = PQ^2 - PO^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2 \therefore OQ = 6$ ಸೆ.ಮಿ. $OQ = OS,$

$\therefore OS = 6$ ಸೆ.ಮಿ. $\therefore QS = 6 + 6 = 12$ ಸೆ.ಮಿ.

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * \text{ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = \frac{1}{2} * 16 * 12 = 96$ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.

6.8.5 ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ರಚನೆ:



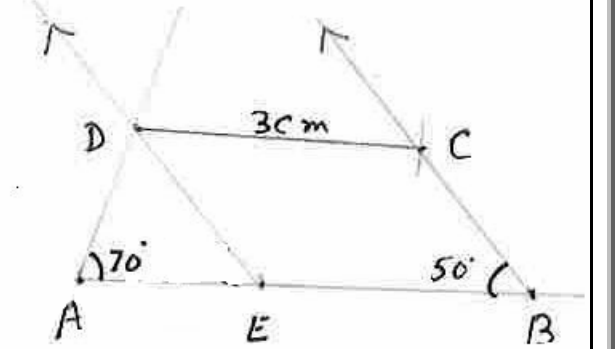
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು 'ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ' ವಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದ ಆಕೃತಿ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆಗೆ 5 ಅಂಶಗಳು ಬೇಕು ಎಂದು ತಿಳಿದಿದ್ದೇವೆ. ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸಲು ನಾಲ್ಕು ಅಂಶಗಳು ಸಾಕು.

A Project of www.eShale.org

6.8.5.1. ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ರಚನೆ*

6.8.5 ಸಮಸ್ಯೆ 1: $AB=5$ ಸೆ.ಮಿ., $CD=3$ ಸೆ.ಮಿ., $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 70^\circ$ $\angle ABC = 50^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ರಚಿಸಿ.

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
2	A ಯಿಂದ 5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Bಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಯುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($AB=5$ ಸೆ.ಮಿ.)
2	A ಯಿಂದ 2 ಸೆ.ಮಿ. ($=AB-CD$) ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ AB ಯನ್ನು E ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($AE=2$ ಸೆ.ಮಿ.)
3	A ಯಲ್ಲಿ AB ಯೊಂದಿಗೆ 70° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
4	$\angle AED = 50^\circ$ ಆಗುವಂತೆ E ಯಿಂದ AB ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಅದು ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು D ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
5	B ಯಲ್ಲಿ 50° ಕೋನ ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
6	D ಯಿಂದ 3ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Cಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ($DC=3$ ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು $\angle ABC = 50^\circ$). DC ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. ABCD ಯು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

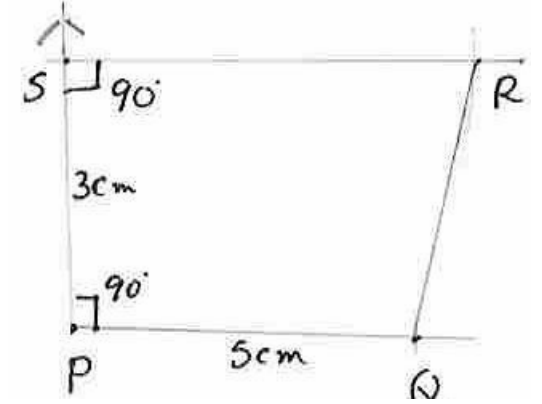


6.8.5. 2. ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ:-

6.8.5 ಸಮಸ್ಯೆ 2: $PQ \parallel SR$, $PQ=5$ ಸೆ.ಮಿ., $SR=6$ ಸೆ.ಮಿ. and $PS=3$ ಸೆ.ಮಿ. ಇರುವಂತೆ PQRS ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ರಚಿಸಿ.

ಮೊದಲು ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ಬಿಡಿಸಿ.

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	P ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅಲ್ಲಿಂದ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
2	P ಯಿಂದ 5 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Qನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ. ($PQ=5$ ಸೆ.ಮಿ.)
3	P ಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
4	P ಯಿಂದ 3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು Sನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ. ($PS=3$ ಸೆ.ಮಿ.)
5	PQ ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ S ನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
6	S ನಿಂದ 6 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿ ($SR=6$ ಸೆ.ಮಿ.)
7	QR ಜೋಡಿಸಿ. PQRS ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.

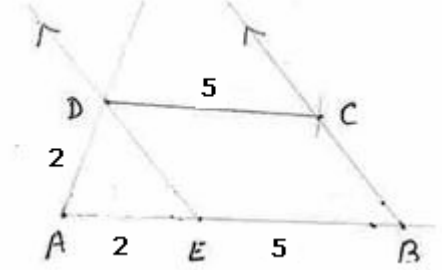


6.8.5 ಸಮಸ್ಯೆ 3: $AB=7$ ಸೆಂ.ಮಿ., $AD=2$ ಸೆಂ.ಮಿ., $DC=5$ ಸೆಂ.ಮಿ., $CD \parallel AB$ ಇರುವಂತೆ ABCD ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ರಚಿಸಿ.

ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ, $BC=AD$.

ಈಗ ನಮಗೆ ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ದೊರೆತವು ($DA=2$ ಸೆಂ.ಮಿ., $AB=7$ ಸೆಂ.ಮಿ., $BC=2$ ಸೆಂ.ಮಿ., $CD=5$ ಸೆಂ.ಮಿ.).

ಸೂಚನೆ: 6.6.8 ಅಭ್ಯಾಸ 1 ರಲ್ಲಿನಂತೆ. $AE = AB - DC = 7 - 5 = 2$ ಸೆಂ.ಮಿ. ಇರುವಂತೆ AED ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿ.



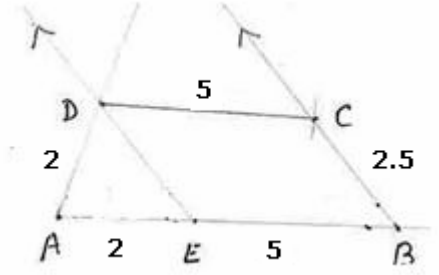
- 1) $AD=2$ ಸೆಂ.ಮಿ., $AE = 2$ ಸೆಂ.ಮಿ., $DE = CB = 2$ ಸೆಂ.ಮಿ., ಇರುವಂತೆ AED ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿ.
- 2) B ಯಿಂದ 2 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ. D ಯಿಂದ 5 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ. C ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. DC ಮತ್ತು CB ಜೋಡಿಸಿ.
- 3) ABCD ಯು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.

6.8.5. 3. ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ ಕೊಟ್ಟಾಗ:-

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಸಂಗಮ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಪಾಠ 6.8.5 ರಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಹಾಗೆ ಮೊದಲು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.

6.8.5 ಅಭ್ಯಾಸ 1: $AB=7$ ಸೆ.ಮಿ., $DC=5$ ಸೆ.ಮಿ., $AD=2$ ಸೆ.ಮಿ.,
 $BC= 2.5$ ಸೆ.ಮಿ.,
 $AB \parallel CD$ ಇರುವಂತೆ $ABCD$ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ರಚಿಸಿ.

ಸೂಚನೆ: ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಕರಡು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ. AB ಯ ಮೇಲೆ $AE=AB-CD$ ಆಗುವಂತೆ E ಬಿಂದು ಗುರುತಿಸಿ. AED ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ($AD = 2$ ಸೆ.ಮಿ., $DE = BC = 2.5$ ಸೆ.ಮಿ.) B ಯಿಂದ ED ಗೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ. $BC=2.5$ ಸೆ.ಮಿ. ಆಗುವಂತೆ C ಬಿಂದು ಗುರುತಿಸಿ. D ಮತ್ತು C ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. $ABCD$ ಯು ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ.



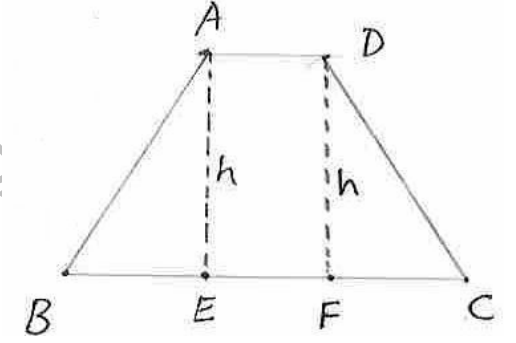
6.8.6 ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ :

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯಲ್ಲಿ ಪಾದ AB=CD ಮೂಲಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ.

AB ಮತ್ತು CDಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬ ದೂರ 'h' ಮೂಲಮಾನಗಳಾಗಿರಲಿ.

(AE = DF = h)

$$EF = \frac{1}{2}EF + \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}(EF + AD)$$



ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔABE ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔDFC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \frac{1}{2}(BE * ಎತ್ತರ) + (EF * ಎತ್ತರ) + \frac{1}{2}(FC * ಎತ್ತರ) = \frac{BE}{2} + EF + \frac{FC}{2} * ಎತ್ತರ$$

$$= \frac{BE}{2} + \frac{(EF + AD)}{2} + \frac{FC}{2} * ಎತ್ತರ (\because EF = AD, \therefore EF = \frac{1}{2}(EF + AD))$$

$$= \frac{1}{2}(BE + EF + AD + FC) * ಎತ್ತರ = \frac{1}{2}(BE + EF + FC + AD) * ಎತ್ತರ = \frac{1}{2}(BC + AD) * ಎತ್ತರ$$

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * ಎತ್ತರ * ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ$

ಗಮನಿಸಿ : ಈ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಭಾಸ್ಕರರೂ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 176)

6.8.6 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಅನುಪಾತ 2:1 ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬಾಂತರ 6 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 135 ಚ.ಸೆ.ಮಿ. ಆದರೆ, ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಎತ್ತರ: $h = 6$ ಸೆ.ಮಿ. ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ: 2:1
ಅವುಗಳು $2x$ ಮತ್ತು $1x$ ಆಗಿರಲಿ.

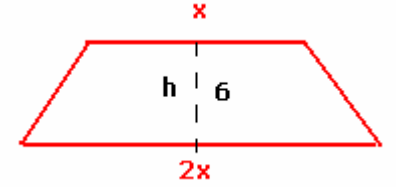
ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * \text{ಎತ್ತರ} * \text{ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ}$
 $= \frac{1}{2} (6 * (2x + x)) = 3 * 3x = 9x$

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 135 ಚ.ಸೆ.ಮಿ. (ದತ್ತ) $\therefore 9x = 135$

$\therefore x = 15$ ಸೆ.ಮಿ. $\therefore 2x = 30$ ಸೆ.ಮಿ.

\therefore ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳು 15 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು 30 ಸೆ.ಮಿ

ತಾಳೆ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * 6 * (30 + 15) = 3 * 45 = 135$ (ದತ್ತ)



6.8.6 ಸಮಸ್ಯೆ 2: 17 ಸೆ.ಮಿ. ಎತ್ತರವುಳ್ಳ ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 204 ಚ.ಸೆ.ಮಿ. ಇದೆ. ಅದರ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುವು 16 ಸೆ.ಮಿ. ಇದ್ದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಇನ್ನೊಂದು ಬಾಹು x ಆಗಿರಲಿ.

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * \text{ಎತ್ತರ} * \text{ಸಮಾಂತರ ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ} =$

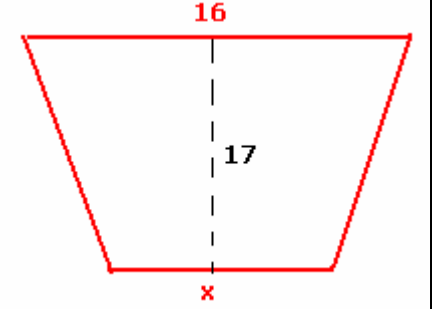
$$\frac{1}{2} (17 * (16 + x)) = 204$$

$$\therefore 17 (16 + x) = 408 \therefore 16 + x = \frac{408}{17} = 24 \therefore x = 24 - 16 = 8 \text{ ಸೆ.ಮಿ.}$$

ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ 2 ನೇ ಸಮಾಂತರ ಬಾಹು = 8 ಸೆ.ಮಿ.

ತಾಳೆ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} * 17 * (16 + 8) = 17 * 12 = 204$ ಚ. ಸೆ.ಮಿ.

(ದತ್ತ)



A Project of www.echale.org

6.8.7 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು:

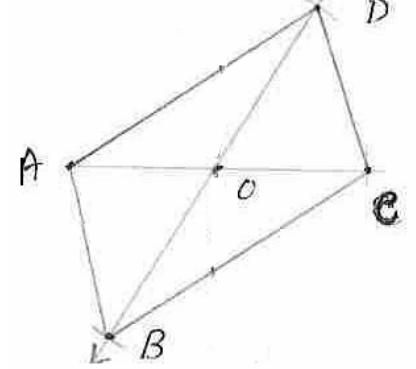
6.8.7 ಪ್ರಮೇಯ 1: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: AO=OC ಮತ್ತು BO=OD

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	AB = CD	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
2	$\angle AOB = \angle COD$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	$\angle ABO = \angle ODC$	ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು AB CD, BD ಛೇದಕ ರೇಖೆ.
4	$\triangle AOB \cong \triangle COD$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	AO=OC ಮತ್ತು BO=OD	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು.



ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

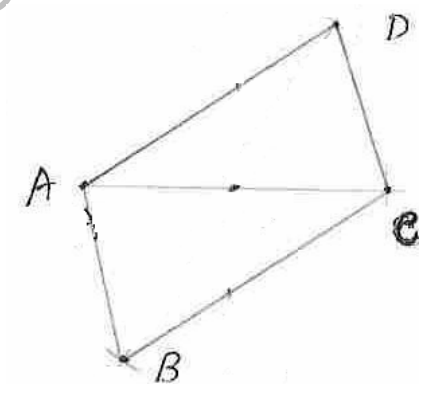
6.8.7 ಪ್ರಮೇಯ 2: ಕರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AC ಯು ಒಂದು ಕರ್ಣ.

ಸಾಧನೀಯ: $\triangle ABC \cong \triangle ACD$

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB = CD$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
2	$BC = AD$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
3	AC	ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\triangle ABC \cong \triangle ACD$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ



ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ನಿರೂಪಣೆಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಪರಿಣಮಿಸುವ ಒಂದು ಉಪಸಿದ್ಧಾಂತವು 'ಉಪ ಪ್ರಮೇಯ'.

ಉದಾ:

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಹಬ್ಬಗಳಂದು ಶಾಲಾ, ಕಾಲೇಜು, ಕಛೇರಿಗಳಿಗೆ ರಜೆ ನೀಡಲೇ ಬೇಕು. ಆಗಸ್ಟ್ 15 ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ ದಿನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಂದು ಶಾಲಾ ಕಾಲೇಜುಗಳಿಗೆ ರಜೆವಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯ ವಿಷಯ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಹಬ್ಬ ಮತ್ತು ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ ದಿನ. ಮೂರು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಹಬ್ಬಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ಒಂದು ಹಬ್ಬವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಪರಿಣಮಿಸಿದ್ದು ರಜೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಮೇಯಗಳಿಂದ ಕೆಲವು ಉಪ ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಉದ್ಭವಿಸುತ್ತವೆ.

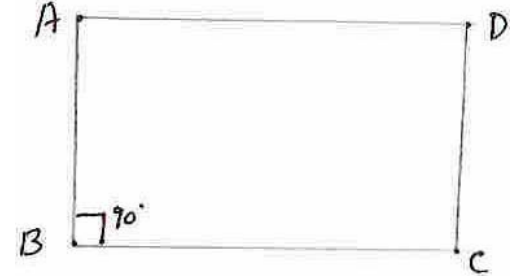
6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 1: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾದರೆ, ಅದು ಒಂದು ಆಯತ.

ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. $\angle ABC = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ: ABCDಯು ಒಂದು ಆಯತ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle ABC = 90^\circ$	ದತ್ತ
2	$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ 2 ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು
3	$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$	
4	$\angle CDA = \angle ABC$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
5	$\therefore \angle CDA = 90^\circ$	
6	$\angle BAD = \angle BCD$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
7	$\therefore \angle BAD = 90^\circ$	



ABCD ಯು ಒಂದು ಆಯತ.

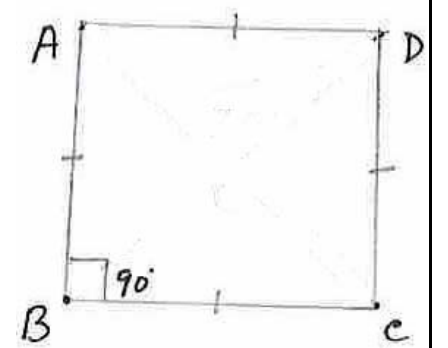
6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 2: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು, ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಅದು ಒಂದು ಚೌಕ (ವರ್ಗ)

ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. $AB=BC=CD=DA$.

ಸಾಧನೀಯ: ABCDಯು ಒಂದು ವರ್ಗ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$	ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
2	$2\angle BAD = 180^\circ$	ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
3	$\therefore \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$	
4	$\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$	ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°
5	$2\angle ABC = 180^\circ$	ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
6	$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$	
7	\therefore ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಲಂಬ ಕೋನಗಳು.	



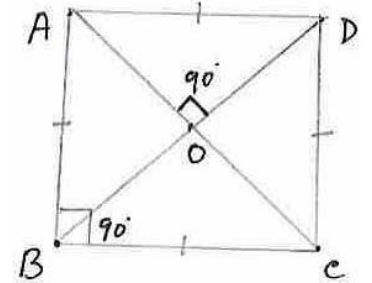
ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮವೆಂದು ಕೊಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ, ABCD ಯು ಒಂದು ವರ್ಗ.

6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 3: ಒಂದು ವರ್ಗದ ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ದತ್ತ: ABCDಯು ಒಂದು ವರ್ಗ: $AB=BC=CD=DA$: $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAC = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ: $AC=BD, AO=CO, BO=DO, \angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
		$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle BCD$ ಗಳಲ್ಲಿ
1	$AB=CD$	ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ.
2	BC	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
3	$\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$	ವರ್ಗದ ಕೋನಗಳು ಸಮ.
4	$\triangle ABC \cong \triangle BCD$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\therefore AC=BD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
		$\triangle ABO$ ಮತ್ತು $\triangle OCD$ ಗಳಲ್ಲಿ
6	$AB=CD$	ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು
7	$\angle ABO = \angle ODC$	$AB \parallel CD$, BD ಛೇದಕ ಪರ್ಯಾಯಕೋನಗಳು
8	$\angle BAO = \angle OCD$	$AB \parallel CD$, AC ಛೇದಕ ಪರ್ಯಾಯಕೋನಗಳು
9	$\triangle ABO \cong \triangle OCD$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
10	$\therefore AO=OC, BO=OD$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
		$\triangle ABO$ ಮತ್ತು $\triangle OCB$ ಗಳಲ್ಲಿ
11	$AB=BC$	ವರ್ಗದ ಬಾಹುಗಳು
12	$AO=OC$	(10)ರಿಂದ.
13	BO	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
14	$\triangle ABO \cong \triangle OCB$	ಬಾ.ಬಾ..ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
15	$\angle AOB = \angle BOC$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
16	$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$	ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು
17	$2\angle AOB = 180^\circ$	$\therefore \angle AOB = 90^\circ = \angle BOC$



6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 4: ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಜೊತೆ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಸಮವಾಗಿಯೂ ಸಮಾಂತರವಾಗಿಯೂ ಇರುವುವು.

ದತ್ತ: $AB=CD$, $AB \parallel DC$

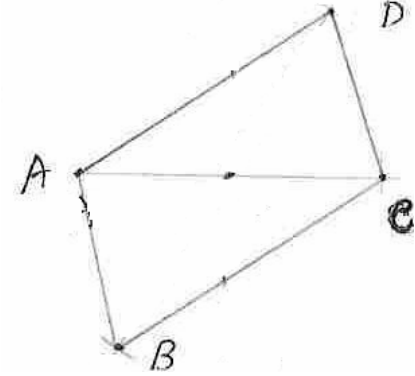
Aಯನ್ನು D ಗೂ ಮತ್ತು Bಯನ್ನು C ಗೂ ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $AD=BC$, $AD \parallel BC$

ರಚನೆ: AC ಜೋಡಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AB=CD$	ದತ್ತ
2	$\angle DAC = \angle ACB$	$AB \parallel DC$, AC ಛೇದಕ. ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
3	AC	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
4	$\triangle ABC \cong \triangle ACD$	ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\therefore AD=BC$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
6	$\angle DAC = \angle ACB$	(2)ರಿಂದ.



DAC ಮತ್ತು ACB ಗಳು AD ಮತ್ತು BC ಗಳನ್ನು AC ಯು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳಾದ್ದರಿಂದ, $AD \parallel BC$.

6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. P ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು. AB=BQ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

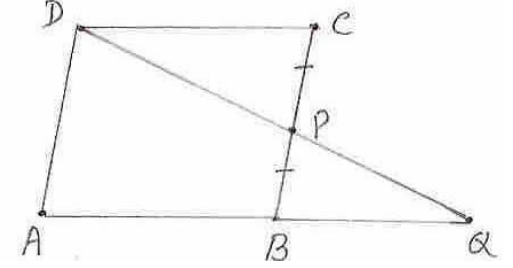
ದತ್ತ: ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು P.

ಸಾಧನೀಯ: AB=BQ

ಸಾಧನೆ:

ΔBPQ ಮತ್ತು ΔCDP ಗಳಲ್ಲಿ

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$BP = PC$	P ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.
2	$\angle BPQ = \angle CPD$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	$\angle PBQ = \angle PCD$	$AB \parallel DC$ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
4	$\Delta BPQ \cong \Delta CDP$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$BQ = DC$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
6	$DC = AB$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು
7	$\therefore BQ = AB$	5 ಮತ್ತು 6ರಿಂದ



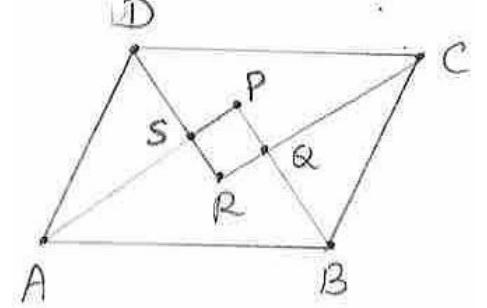
6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು PQRS ಆಕೃತಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ. PQRS ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AP, BP, CR ಮತ್ತು DR ಗಳು A, B, C ಮತ್ತು D ಕೋನಗಳು ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: PQRS ಒಂದು ಆಯತ

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle DAB + \angle ADC = 180^\circ$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು.
2	$\angle DAB = 2\angle DAS$	AP ಯು $\angle DAB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ
3	$\angle ADC = 2\angle ADS$	DR ವು $\angle ADC$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ
4	$\therefore \angle DAS + \angle ADS = 90^\circ$	
5	$\angle DAS + \angle ADS + \angle ASD = 180^\circ$	ತ್ರಿಭುಜ ADS ನ 3 ಕೋನಗಳು
6	$\therefore \angle ASD = 180^\circ - (\angle DAS + \angle ADS) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$	
7	$\angle PSR = \angle ASD = 90^\circ$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
8	$\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳು
9	$\frac{1}{2}\angle DAB + \frac{1}{2}\angle ABC = 90^\circ$	
10	$\angle PAB + \angle ABP = 90^\circ$	AP ಯು $\angle A$ ಯನ್ನು BP ಯು $\angle B$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
11	$\therefore \angle SPQ = 90^\circ$	ತ್ರಿಕೋನ APB ನಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ = 180°
12	$\angle PAB + \angle ABP = 90^\circ$	AP ಯು $\angle A$ ಯನ್ನು BP ಯು $\angle B$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.



ಇದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ನಾವು $\angle PQR = \angle QRS = 90^\circ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ PQRS ಒಂದು ಆಯತ.

6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 3: PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. PS ನ್ನು SM = SR ಆಗುವಂತೆ M ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.

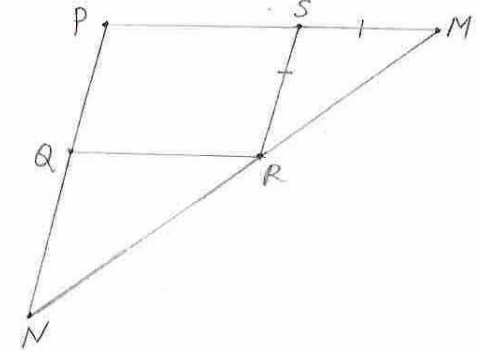
MR ನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಅದು PQ ವನ್ನು N ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದೆ. ಆಗ QN=QR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: PQRS ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಸಾಧನೀಯ: QN=QR

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle SRM = \angle SMR$	SM=SR ಆದ್ದರಿಂದ SRM ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.
2	$\angle MSR = \angle SPQ$	(SR PQ) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು.
3	$\angle SPQ = \angle RQN$	(PS QR) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
4	$\therefore \angle MSR = \angle RQN$	2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ
5	$\therefore \angle QNR = \angle SRM$	(SR PN) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
6	$\angle SMR = \angle QRN$	$\triangle MSR$ ಮತ್ತು $\triangle NQR$ ಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದ್ದರಿಂದ ಮೂರನೇ ಕೋನವೂ ಸಮ.
7	$\angle QNR = \angle SRM$ $= \angle SMR = \angle QRN$	5, 1, 6 ರಿಂದ
8	$\therefore QN = QR$	ಹಂತ 6, $\triangle QNR$ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ.



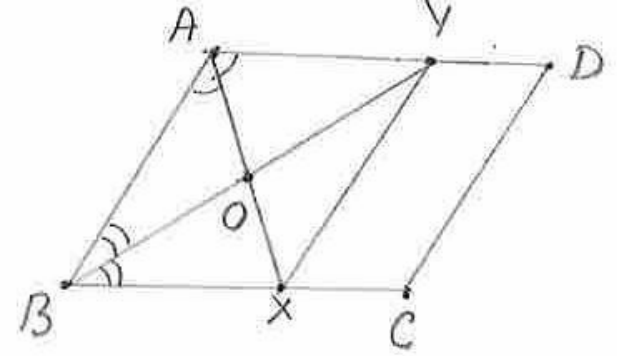
6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ABCDಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. $\angle A$ ಮತ್ತು $\angle B$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು BC ಮತ್ತು AD ಗಳನ್ನು X ಮತ್ತು Y ಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. $XY=CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. AX $\angle A$ ಯನ್ನು, BY $\angle B$ ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ. AX ಮತ್ತು BY ಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $XY=CD$

ಸಾಧನೆ:

$\triangle ABX$ ಮತ್ತು $\triangle AXY$ ಗಳಲ್ಲಿ $AD \parallel BC$ ಆದ್ದರಿಂದ $AY \parallel BX$, $AB=CD$,



ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle BAX = \angle AXY$	$AY \parallel BX$, AX ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
2	$\angle XAY = \angle AXB$	$AY \parallel BX$, AX ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
$\triangle BAY$ ಮತ್ತು $\triangle XYB$ ಗಳಲ್ಲಿ		
3	$\angle BAY = \angle YXB$	1 ಮತ್ತು 2 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ.
4	BY	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು.
5	$\angle AYB = \angle YBX$	$AY \parallel BX$, BY ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು.
6	$\triangle BAY \cong \triangle XYB$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
7	$AB = XY$, $AY = BX$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು 6 ರಿಂದ
8	$XY = CD$	$AB=CD$ (ದತ್ತ) ಮತ್ತು 7 ರಿಂದ

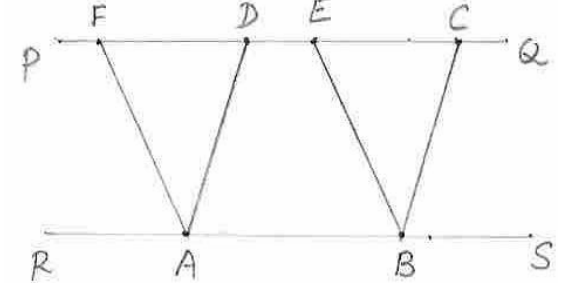
6.8.7 ಪ್ರಮೇಯ 3: ಒಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ, ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಸಮವಾಗಿರುವುವು.

ದತ್ತ: ABCD ಮತ್ತು ABEF ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯ ಮೇಲೆ ಇದ್ದು, ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು RS ಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ABEF ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಸಾಧನೆ:

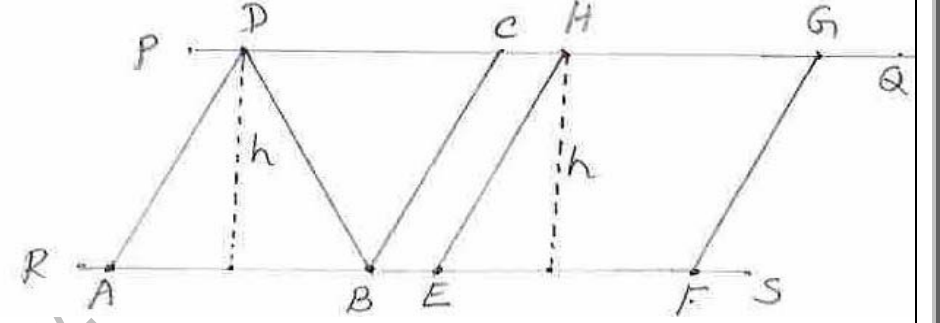
ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	$\triangle FAD$ ಮತ್ತು $\triangle EBC$ ಗಳಲ್ಲಿ	
1	$AF = BE$	ABEF ಸ.ಚ.ಭು.ದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು.
2	$\angle AFD = \angle BEC,$ $\angle ADF = \angle BCE,$	$AF \parallel BE$ ಮತ್ತು $AD \parallel BC$ ಆಗಿದ್ದು PQ ಛೇದಕವಾದಾಗ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು
3	$\angle FAD = \angle EBC$	ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದಾಗ, 3 ನೇ ಕೋನವೂ ಸಮ.
4	$\triangle FAD \cong \triangle EBC$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\triangle FAD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle EBC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ).	
6	$\therefore \triangle FAD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + DEBA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle EBC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + DEBA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	
7	FEBA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	



ಗಮನಿಸಿ: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ*ಎತ್ತರ. ಇಲ್ಲಿ PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾದ್ದರಿಂದ ಎರಡೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ. ABCD ಮತ್ತು FEBA ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ AB ಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಆ ಎರಡೂ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.

6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 1: ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ಪಾದಗಳಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುವು.

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
 = ಪಾದ*ಎತ್ತರ.
 PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಸಮಾಂತರ
 ರೇಖೆಗಳಾದ್ದರಿಂದ ABCD ಮತ್ತು EFGH ಗಳ
 ಎತ್ತರಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ.
 ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಮತ್ತು EFGH ಗಳ
 ಪಾದಗಳು ಸಮವಾದ್ದರಿಂದ ($AB=EF$) ಅವುಗಳ
 ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ.



A Project of WWW.

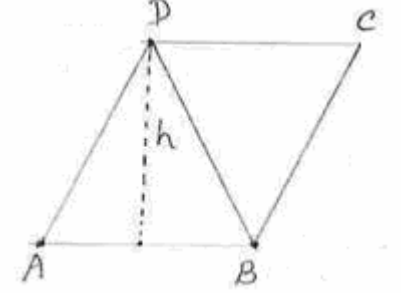
6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 2: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇದ್ದರೆ, ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಪಾದ * ಎತ್ತರ.

$$= AB * h$$

ಹಿಂದೆ 2 ನೇ ಪ್ರಮೇಯದಲ್ಲಿ “ಕರ್ಣವು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ” ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೇವೆ.

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CDB$$



\therefore ಸ.ಚ.ಭು. ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle ADB$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + $\triangle CDB$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $2 * \triangle ADB$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\therefore \triangle ADB \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \text{ ಸ.ಚ.ಭು. ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} (AB * h) = \frac{1}{2} * \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ}$$

ಗಮನಿಸಿ: ಇಲ್ಲಿಯವರೆಗೆ ನಾವು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯಾವುದೇ ಸಾಧನೆ ಇಲ್ಲದೆ

$\frac{1}{2} * \text{ಪಾದ} * \text{ಎತ್ತರ}$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದೆವು.

ಈಗ ಈ ಉಪಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದಾಗ, ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಸಾಧಿಸಿದಂತಾಗಿದೆ.

6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 3: ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ, ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುವುವು.

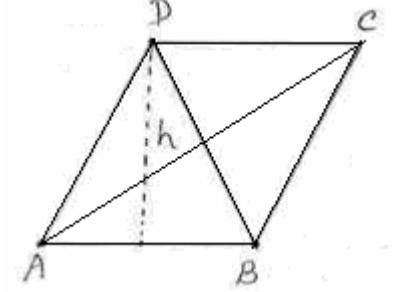
ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ * ಪಾದ * ಎತ್ತರ

$\therefore \Delta ABC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ * ಪಾದ * ಎತ್ತರ = $\frac{1}{2}$ * AB * h

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಎತ್ತರ ಎಲ್ಲಾ ರೇಖೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ΔABD ಯ ಎತ್ತರ = ΔABC ಯ ಎತ್ತರ

$\therefore \Delta ABD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ AB * h $\therefore \Delta ABC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔABD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



6.8.7 ಉಪಪ್ರಮೇಯ 4: ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಸಮವಾದ ಪಾದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

(ಸೂತ್ರದಂತೆ, ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ * ಪಾದ * ಎತ್ತರ).

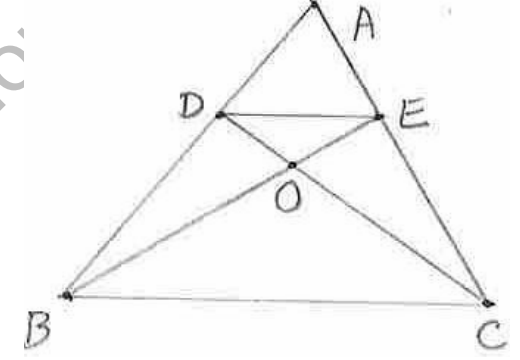
6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 6: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ, $\triangle BOD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle COE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ದತ್ತ: $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ: $\triangle BOD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle COE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\triangle BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle BCE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ BC ಯು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪಾದ, $DE \parallel BC$.
2	$\triangle BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - $\triangle BOC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle BCE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - $\triangle BOC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಎರಡೂ ಕಡೆಗಳಿಂದ $\triangle BOC$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಳೆದಿದೆ.
3	$\therefore \triangle BOD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle COE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	



A Project of www.eShale.com

6.8.7 ಸಮಸ್ಯೆ 7: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಮತ್ತು AB, AC ಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು $\triangle BCE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆದರೆ $DE \parallel BC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

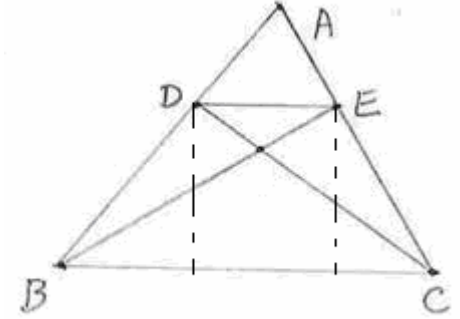
(ಇದು ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಯ ವಿಲೋಮ)

ದತ್ತ: $\triangle BCE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\triangle BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

ಸಾಧನೀಯ: $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\triangle BCE$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} BC * \triangle BCE$ ಯ ಎತ್ತರ	BC ಪಾದ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
2	$\triangle BCD$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} BC * \triangle BCD$ ಯ ಎತ್ತರ	BC ಪಾದ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ
3	$\therefore BC * \triangle BCE$ ಯ ಎತ್ತರ = $BC * \triangle BCD$ ಯ ಎತ್ತರ	ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮ.
4	$DE \parallel BC$	ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಎತ್ತರ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ.



6.8.7 ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯ: ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದು ಮತ್ತು ಅದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುವುದು.

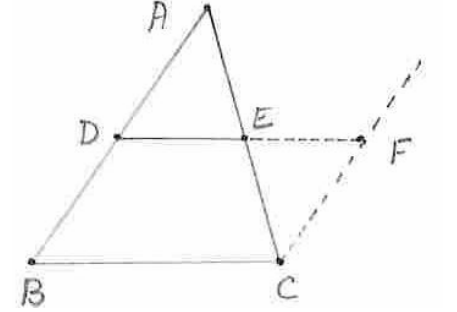
ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ D ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಮತ್ತು E ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2} BC$.

ರಚನೆ: C ಯಿಂದ AB ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನೆಳೆದಿದೆ. DE ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಮೇಲಿನ ರೇಖೆಯನ್ನು F ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

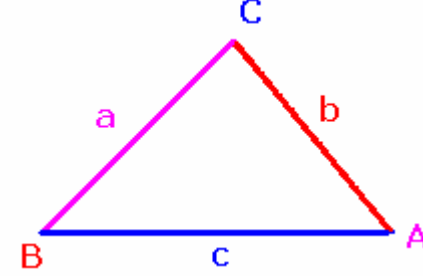
ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
$\triangle ADE$ ಮತ್ತು $\triangle ECF$ ಗಳಲ್ಲಿ		
1	$AE = CE$	E ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು
2	$\angle BAE = \angle ECF$	$AB \parallel CF$, ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು
3	$\angle ADE = \angle CEF$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
4	$\triangle EDA \cong \triangle EFC$	ಕೋ.ಬಾ.ಕೋ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$DE = EF, AD = CF$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು
6	$AD = DB$	D ಯು BA ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು
7	$DB = CF$	5 ಮತ್ತು 6 ರಿಂದ
8	$DBCF$ ಸ.ಚ.ಭು.	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಾದ CF ಮತ್ತು BD ಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ
9	$DF \parallel BC, DF = BC$	8 ರಿಂದ
10	$DE = EF$	5 ರಿಂದ
11	$BC = 2DE$	9 ಮತ್ತು 10 ರಿಂದ



ಗಮನಿಸಿ : ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.
(‘ಲೀಲಾವತಿ’ ಶ್ಲೋಕ 169)

$2s = a+b+c$ (ಬಾಹುಗಳ ಮೊತ್ತ)ಆದರೆ,

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\sqrt{s(s-a)*(s-b)*(s-c)}$



A Project of www.eShale.com