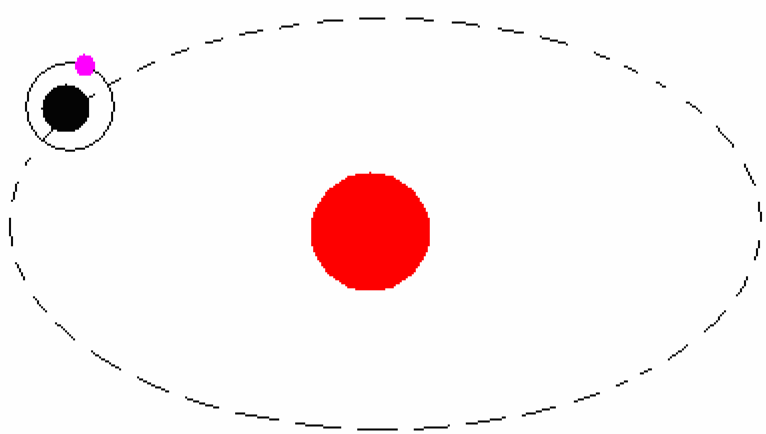
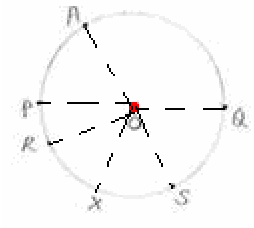
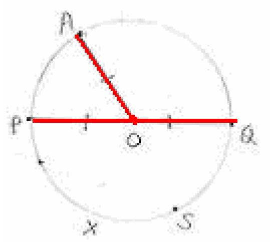
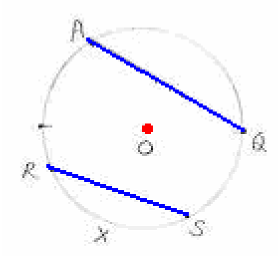
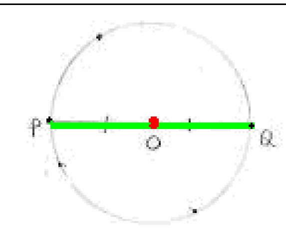
6.9 ವೃತ್ತಗಳು – ಭಾಗ 1

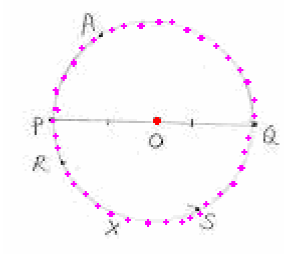
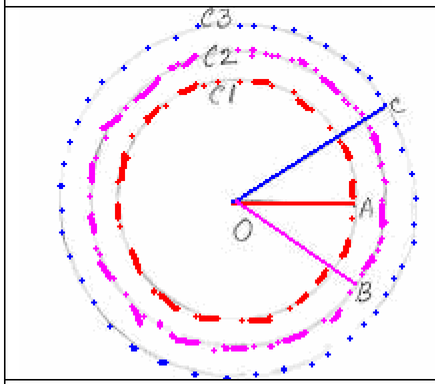
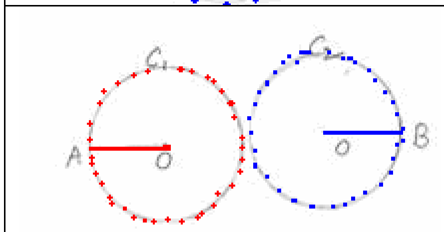
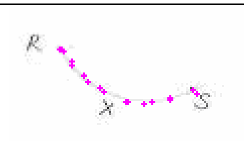
ಹಿಂದಿನ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿ ಸರಳ ರೇಖೆ, ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಿಂದ ಸುತ್ತುವರಿಯಲ್ಪಟ್ಟ ಆಕೃತಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿತೆವು. ಇನ್ನೂ ಇತರ ತೆರನಾದ ಆಕೃತಿಗಳು ಇಲ್ಲವೇ?
ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ನಮ್ಮ ಸೂರ್ಯಮಂಡಲವನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳೋಣ. ಭೂಮಿಯು ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಅಂಡಾಕಾರದ ಕಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುತ್ತದೆ. ಚಂದ್ರನು ಭೂಮಿಯ ಸುತ್ತ ಸುಮಾರಾಗಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುತ್ತದೆ. ಭೂಮಿ ಸುಮಾರಿಗೆ ದುಂಡಗಿದ್ದು ತನ್ನ ಅಕ್ಷದ ಸುತ್ತ ಸುತ್ತುತ್ತದೆ. ಬಸ್ ಮತ್ತು ಸೈಕಲ್ ನ ಚಕ್ರಗಳು ಚೌಕ ಅಥವಾ ಆಯತ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಇದ್ದಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ಸುಲಭವಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?

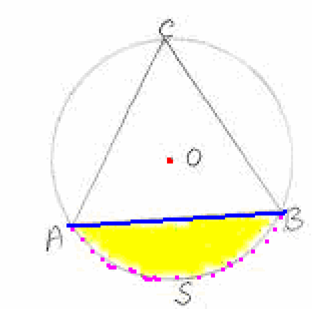
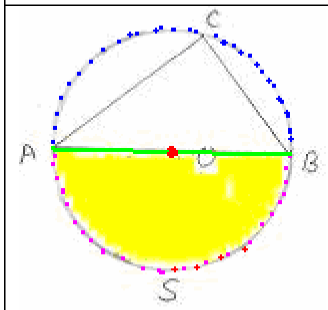
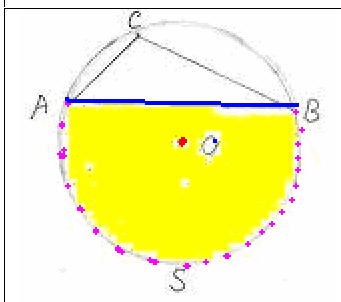


ನಾವು ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ನಾಣ್ಯಗಳು, ಚಕ್ರಗಳು, ಸೈಕಲ್ ಟಯರು, ಉಂಗುರ,ಬಳೆ, ಬಾವಿ ಇವೆಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿವೆ. ನಾವೀಗ ವೃತ್ತಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಸಿಸುವಾ.

6.9.1 ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು

ಚಿತ್ರ	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
	ವೃತ್ತವು ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿನ ಆವೃತ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಒಂದು ದತ್ತ ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸ್ಥಿರ ಬಿಂದುವನ್ನು 'ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ' (O)ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ P,A,Q,R, Sಬಿಂದುಗಳೆಲ್ಲಾ O ದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿವೆ.
	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವನ್ನು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು 'ತ್ರಿಜ್ಯ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದನ್ನು 'r' ನಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಹಲವಾರು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OP,OQ ಮತ್ತು OA ಗಳೆಲ್ಲಾ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು. OP=OA=OQ.
	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವೇ 'ಜ್ಯಾ'. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು.
	ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ರೇಖಾಖಂಡವೇ ವೃತ್ತದ 'ವ್ಯಾಸ' ಇದನ್ನು 'd' ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸವು ಅತ್ಯಂತ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PQ ವು ವ್ಯಾಸ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ 'O' ದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಹಲವಾರು ವ್ಯಾಸಗಳಿವೆ. ಗಮನಿಸಿ:- d=PQ= PO+OQ =r+r =2r

ಚಿತ್ರ	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
	ವೃತ್ತವು ಆವೃತವಾಗಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯನ್ನು ‘ಪರಿಧಿ‘ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಇದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ಹೌದು. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಇದರ ಉದ್ದವನ್ನು Pಯಿಂದ Pಗೆ A, Q, S,Rಗಳ ಮೂಲಕ ಅಳೆಯುತ್ತೇವೆ.
	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ‘ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತ’ ಗಳೆನ್ನುವರು. C_1, C_2, C_3 ಗಳು ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳು. O ಮೂರರ ಕೇಂದ್ರ OA, OB, OC ಗಳು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು.
	ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ‘ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತ’ಗಳೆನ್ನುತ್ತೇವೆ. C_1 ಮತ್ತು C_2 ಗಳು ಒಂದೇ ತ್ರಿಜ್ಯ (OA=OB) ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಕೇಂದ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ಸರ್ವಸಮ ವೃತ್ತಗಳು.
	ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ವೃತ್ತದ ‘ಕಂಸ’ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ RS ಒಂದು ಕಂಸ.

ಚಿತ್ರ	ವ್ಯಾಖ್ಯೆ
	ASB ಲಘು ವೃತ್ತ ಕಂಸ. ASBA ಒಂದು ಲಘು ‘ವೃತ್ತ ಖಂಡ’. (ASB ಕಂಸ ಮತ್ತು AB ಜ್ಯಾದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ಭಾಗ.)
	ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಯು ವ್ಯಾಸ. ASB ಮತ್ತು ACB ಅರ್ಧ ವೃತ್ತ ಕಂಸ. ASBOA ಮತ್ತು ACBOA ಗಳು ಎರಡು ‘ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡ’ಗಳು. (ವ್ಯಾಸ AB ಮತ್ತು ಸಮನಾದ ASB ಮತ್ತು ACB ಕಂಸಗಳಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ಭಾಗ.)
	ASBA ಯು ಒಂದು ‘ಅಧಿಕ/ವಿಶಾಲ ವೃತ್ತಖಂಡ’. (ಆಧಿಕ ಕಂಸ ASB ಮತ್ತು ಜ್ಯಾ AB ಯಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ಭಾಗ.)

6.9.2 ಪ್ರಮೇಯಗಳು :

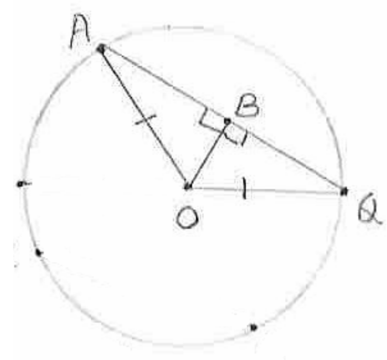
6.9.2.1. ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ: O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AQ ವು ಒಂದು ಜ್ಯಾ. OB ಯು AQ ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬ.

ಸಾಧನೀಯ: AB=BQ

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	$\triangle$OAB ಮತ್ತು $\triangle$OQB ಗಳಲ್ಲಿ	
1	OA = OQ	ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
2	$\angle OBA = \angle OBQ = 90^0$	OB $\perp$ AQ (ದತ್ತ)
3	OB	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು.
4	$\triangle OAB \cong \triangle OQB$	ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ.
5	AB=BQ	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು.



6.9.2.2 ವಿಲೋಮವಾಗಿ:– ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಜ್ಯಾದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಜ್ಯಾಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ: ಇದನ್ನು ಬಾ.ಬಾ .ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ. (ಸಾಧನೆ ಮೇಲಿನಂತೆಯೇ ಇರುತ್ತದೆ.)

6.9.2.2. ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

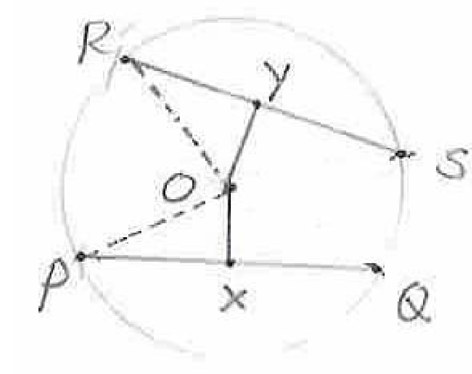
ದತ್ತ: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಎರಡು ಸಮವಾದ ಜ್ಯಾಗಳು. OX ಮತ್ತು OY ಗಳು PQ ಮತ್ತು RS ಗಳಿಗೆ O ದಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: OX=OY

ರಚನೆ: OP ಮತ್ತು OR ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
	Δ OPX ಮತ್ತು Δ ORYಗಳಲ್ಲಿ	
1	2PX=PQ	OX ಲಂಬವು PQ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
2	2RY=RS	OY ಲಂಬವು RS ನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
3	PQ=RS	ದತ್ತ. ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದಂತೆ
4	$\therefore$ 2PX=2RY $\therefore$ PX=RY	
5	OP =OR	ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
6	$\angle$PXO=$\angle$OYR=90^0	O ದಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು.
4	ΔPXO $\cong$ ΔRYO	ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	OX=OY	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು.



6.9.2.3. ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

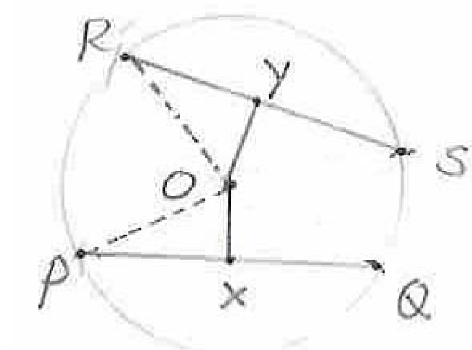
ಈ ಲಕ್ಷಣವು 6.9.2.2 ರ ವಿಲೋಮವೇ ಆಗಿದೆ.

ದತ್ತ: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಜ್ಯಾಗಳು.

OX ಮತ್ತು OY ಗಳು PQ ಮತ್ತು RS ಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು ಮತ್ತು OX=OY

ಸಾಧನೀಯ: PQ=RS

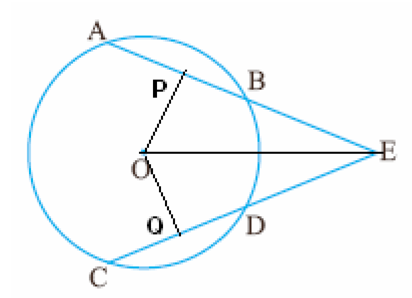
ರಚನೆ: OP ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ: ಮೇಲೆ (6.9.2.2)ರಲ್ಲಿ ಅನುಸರಿಸಿದ ಹಂತಗಳನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸಿ, $\triangle$PXO $\cong$ $\triangle$RYO ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. PX=RY: RS=PQ	

6.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳು. ಈ ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳು E ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. EB=ED ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: O ದಿಂದ AB ಮತ್ತು CDಗಳಿಗೆ OP ಮತ್ತು OQ ಲಂಬಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$AP = \frac{1}{2}AB = PB$	ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
2	$CQ = \frac{1}{2}CD = QD$	ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.
3	AP=CQ,PB=QD	AB=CD(ದತ್ತ)
4	$\angle OPB = \angle OQD = 90^0$	ರಚನೆ
5	OP =OQ	ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬಗಳು ಸಮ.
6	OE	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು
7	$\Delta OPE \cong \Delta OQE$	ಲಂ.ಕ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
8	PE=QE	
9	PE-PB =QE-QD $\therefore$ EB=ED	ಹಂತ 8,3.



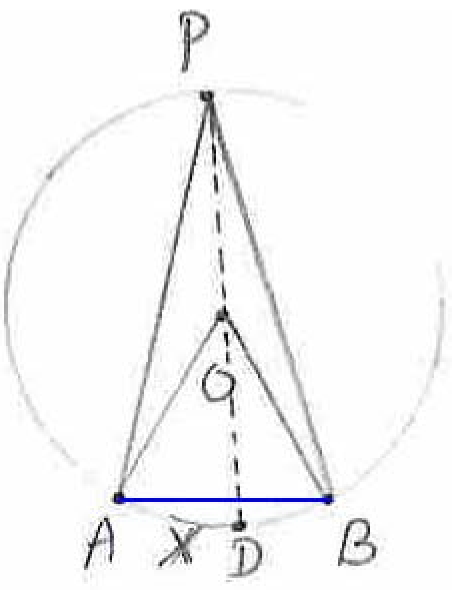
6.9.2 ಪ್ರಮೇಯ (ಅಂತಸ್ಥಕೋನ ಪ್ರಮೇಯ): ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡಿಸುವ ಕೋನವು, ಅದೇ ಕಂಸವು, ವೃತ್ತದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಡಿಸುವ ಕೋನದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ:ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ O ವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. $\angle AOB$ ಯು AB ಕಂಸದಿಂದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನ. $\angle APB$ ಯು ಅದೇ ಕಂಸದಿಂದ ಉಳಿದ ಯಾವುದೇ ಭಾಗ ಬಿಂದುವಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನ.

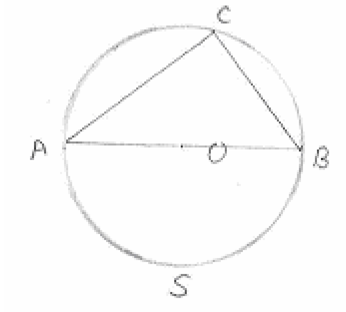
ಸಾಧನೀಯ: $\angle AOB = 2\angle APB$

ರಚನೆ: PO ವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ D ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$OA = OP$	ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
2	$\angle OPA = \angle OAP$	ΔOAP ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
3	$\angle AOD = \angle OAP + \angle OPA$ $= 2\angle OPA$	ತ್ರಿಭುಜದ ಬಹಿರ್ಕೋನವು (ΔAOP) ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.
5	$OB = OP$	ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು
6	$\angle OBP = \angle OPB$	ΔOBP ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ
7	$\angle BOD = \angle OBP + \angle OPB$ $= 2\angle OPB$	ತ್ರಿಭುಜ (ΔBOP)ದ ಬಹಿರ್ಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.
9	$\angle AOD + \angle BOD$ $= 2\angle OPA + 2\angle OPB$ $= 2(\angle OPA + \angle OPB)$ $= 2\angle APB$	ಹಂತ 3,7 ರಿಂದ
10	$\therefore \angle AOB = 2\angle APB$	$\angle AOB = \angle AOD + \angle BOD$



ಉಪಪ್ರಮೇಯ: ಅರ್ಧವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುವುದು.

ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಯು ವ್ಯಾಸ. $\angle ACB$ ಯು ಅರ್ಧವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಕೋನ **ಸಾಧನೀಯ:** $\angle ACB = 90^0$ **ಸೂಚನೆ:** ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ, $2\angle ACB = \angle AOB$ AOBಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯಾದುದರಿಂದ $\angle AOB = 180^0$ $\therefore \angle ACB = 90^0$	

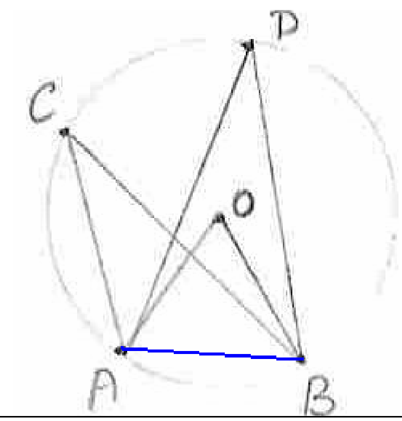
ಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದೇ ವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನಗಳು ಸಮವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: A ಮತ್ತು B ಗಳು ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳು. ACB ಮತ್ತು ADB ಗಳು ಅಂತಸ್ಥ ಕೋನಗಳು AOB ಯು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ.

ಸಾಧನೀಯ: $\angle ACB = \angle ADB$

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle AOB = 2\angle ADB$	ಒಂದೇ ಕಂಸ AB ಯಿಂದಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು ಅಂತಸ್ಥಕೋನದ 2 ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
2	$\angle AOB = 2\angle ACB$	ಒಂದೇ ಕಂಸ AB ಯಿಂದಾದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು ಅಂತಸ್ಥಕೋನದ 2 ರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
3	$\therefore\ 2\angle ACB = 2\angle ADB$	1 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ
4	$\angle ACB = \angle ADB$	

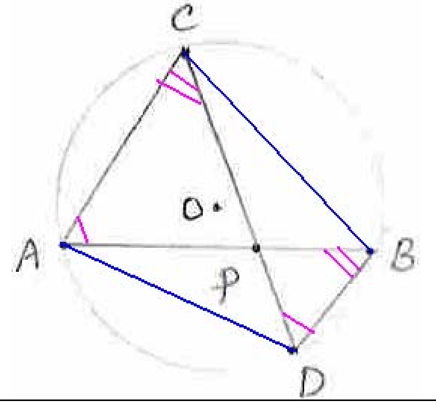


6.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ2: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ΔAPC ಮತ್ತು ΔDPB ಗಳು ಸಮಕೋನೀಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. ಅಲ್ಲದೆ, PC*PD =PA*PB ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ:AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: ΔAPC ಮತ್ತು ΔDPB ಗಳು ಸಮ ಕೋನೀಯಗಳು PC*PD =BP*PA

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle ACD = \angle ABD$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (AD ಮೇಲಿನ) ಕೋನಗಳು
2	$\angle CAB = \angle CDB$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (BC ಮೇಲಿನ) ಕೋನಗಳು
3	$\angle CPA = \angle BPD$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
4	$\Delta APC \,\vert\vert\vert\, \Delta DPB$	ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ
5	$\frac{AC}{BD} = \frac{PD}{PA} = \frac{PB}{PC}$	ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು ಸಮ
6	PC*PD =PA*PB	



ಗಮನಿಸಿ: ಈ ಮೇಲಿನ ಸಾಧನೆಯು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುತ್ತದೆ:–

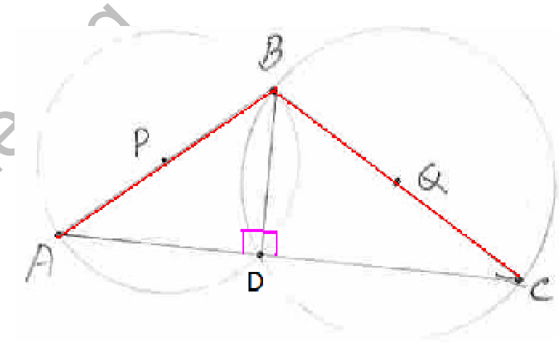
ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ಅಥವಾ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಭಾಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

6.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ3: ಪಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು BC ಗಳು ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳು. ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ B ಮತ್ತು D ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. A, D ಮತ್ತು C ಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: AB ಮತ್ತು BC ಗಳು ವ್ಯಾಸಗಳು.

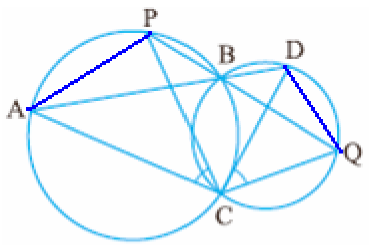
ಸಾಧನೀಯ: $\angle ADC = 180^0$

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle ADB = 90^0$	AB ಯು ವ್ಯಾಸ, ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನ
2	$\angle BDC = 90^0$	BC ಯು ವ್ಯಾಸ, ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಖಂಡದಲ್ಲಿನ ಕೋನ
3	$\therefore \angle ADB + \angle BDC = 180^0$	



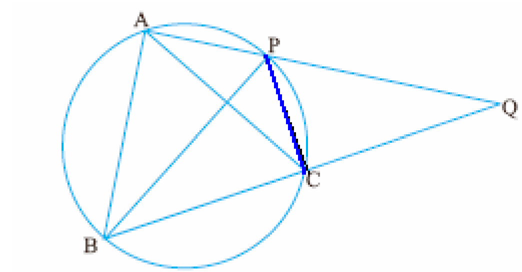
6.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ 4: ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. B ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ABD ಮತ್ತು PBQ ರೇಖಾಖಂಡಗಳನ್ನೆಳೆದಿದೆ. ಅವು ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ A,D ಮತ್ತು P,Q ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿವೆ. $\angle ACP = \angle QCD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು
1	$\angle ACP = \angle ABP$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (AP ಮೇಲಿನ) ಕೋನಗಳು
2	$\angle ABP = \angle DBQ$	ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು
3	$\angle DBQ = \angle DCQ$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (DQ ಮೇಲಿನ) ಕೋನಗಳು
4	$\angle ACP = \angle QCD$	1,2,3 ರಿಂದ

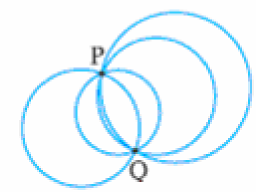


6.9.2 ಸಮಸ್ಯೆ 5: ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ (AB= AC) $\angle$B ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಯು $\triangle$ABC ಯ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನು P ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. AP ಮತ್ತು BC ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಅವು Q ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಿವೆ. $\angle$CQA =$\angle$CAQ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ರಚನೆ: CP ಯನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದೆ.

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle ABC = 2\angle CBP$	BP ಯು $\angle$ABC ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕ	
2	$\angle CBP=\angle CAQ$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತಖಂಡದ (CP ಮೇಲಿನ) ಕೋನಗಳು	
3	$\angle ABC = 2\angle CAQ$	1 ಮತ್ತು 2 ರಿಂದ	
4	$\angle BCA =\angle CAQ+\angle CQA$	ತ್ರಿಕೋನದ ಬಹಿರ್ಕೋನವು ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ.	
5	$\angle CQA = \angle BCA-\angle CAQ$	4 ರಿಂದ	
6	$= \angle ABC-\angle CAQ$	$\angle BCA =\angle ABC$ ($\because$ AB=AC (ದತ್ತ))	
7	$=2\angle CAQ-\angle CAQ$ $=\angle CAQ$	3 ರಿಂದ	
8	$\angle CQA =\angle CAQ$	5 ಮತ್ತು 7 ರಿಂದ	

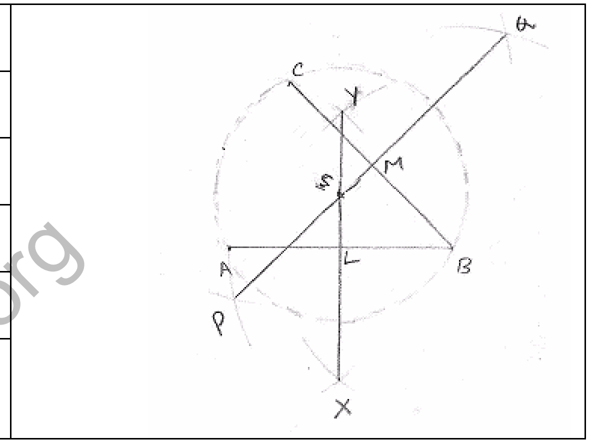
ವೃತ್ತಗಳ ರಚನೆ:

1) ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಒಂದೇ ವೃತ್ತ ರಚಿಸಬಹುದೆ? ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಲವಾರು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು 2) ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಒಂದೇ ವೃತ್ತ ರಚಿಸಬಹುದೆ? ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಬಹಳ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.	

3. ಮೂರು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದೇ ವೃತ್ತ ರಚಿಸಬಹುದೆ?

ರಚನಾ ಕ್ರಮ:

ಹಂತ	ರಚನೆ
1	A, B, C ಎಂಬ 3 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ
2	AB, BC ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ.
3	AB ಮತ್ತು BC ಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. (6.4.3 ನೋಡಿ)
4	ಈ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು 'S' ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.
5	'SA' ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ S ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ವೃತ್ತ ಎಳೆಯಿರಿ.



ಈ ವೃತ್ತವು B, C ಗಳನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ವೃತ್ತವು $\triangle$ ABC ಯ ಪರಿವೃತ್ತ. S ಎಂಬುದು ಪರಿಕೇಂದ್ರ (ಪಾಠ 6.5 ನೋಡಿರಿ)

ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಳ ರೇಖಸ್ಥವಲ್ಲದ 3 ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

6.9.3 ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ

ವ್ಯಾಖ್ಯೆ: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿದ್ದರೆ ಅಂತಹ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು 'ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ' ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

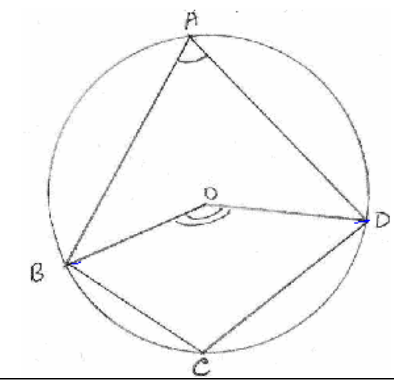
6.9.3 ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. (ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0).

ದತ್ತ: O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ABCD ಯು ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ

ಸಾಧನೀಯ: $\angle BAD + \angle BCD = 180^0$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^0$.

ರಚನೆ: OB ಮತ್ತು OD ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಆಗ BOD ಯು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನ. BAD ಯು ಅಂತಸ್ಥ ಕೋನ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD$	ಅಂತಸ್ಥ ಕೋನವು ಕೇಂದ್ರ ಕೋನದ ಅರ್ಧ	
2	$\angle BCD = \frac{1}{2}$ ಸರಳಾಧಿಕ $\angle BOD$	ಅಂತಸ್ಥ ಕೋನವು ಕೇಂದ್ರ ಕೋನದ ಅರ್ಧ	
3	$\therefore \angle BAD + \angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOD + \frac{1}{2}$ ಸರಳಾಧಿಕ $\angle BOD = \frac{1}{2}(\angle BOD +$ ಸರಳಾಧಿಕ $\angle BOD)$ $= \frac{1}{2}(360^0) = 180^0$		
4	ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\angle ABC + \angle ADC = 180^0$		

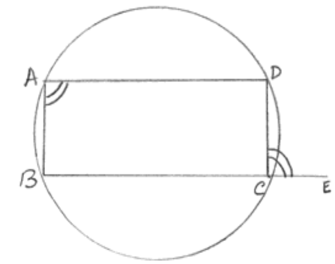
ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿವೆ. (ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0).

ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ: ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾದರೆ, ಅದು ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ.(ಸಾಧನೆ ಕೊಟ್ಟಿಲ್ಲ.)

6.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 1: ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಹೊರ ಕೋನವು ಅಂತಸ್ಥಾಭಿಮುಖ ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ABCD ಯು ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ. $\angle DCE$ ಯು ಒಂದು ಹೊರ ಕೋನ.

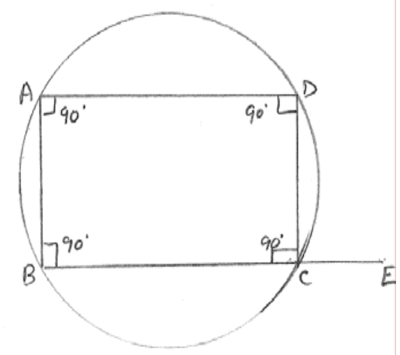
ಸಾಧನೀಯ: $\angle BAD = \angle DCE$

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle BAD + \angle BCD = 180^0$	ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಂಪೂರಕಗಳು.	
2	$\angle BCD + \angle DCE = 180^0$	ಸರಳ ಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು	
3	$\angle BAD + \angle BCD$ $= \angle BCD + \angle DCE$ $\therefore \angle BAD = \angle DCE$	ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಂದ $\angle BCD$ ಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,	

6.9.3 ಸಮಸ್ಯೆ 2: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿ ರಚಿಸಿದರೆ, ಅದು ಒಂದು ಆಯತ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ABCD ಯು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ ಮತ್ತು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ.

ಸಾಧನೀಯ: $\angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = \angle DAB = 90^0$(ABCD ಯು ಒಂದು ಆಯತ)

ಹಂತ	ನಿರೂಪಣೆ	ಕಾರಣಗಳು	
1	$\angle BAD + \angle BCD = 180^0$	ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಂಪೂರಕಗಳು.	
2	$\angle BAD = \angle BCD$	ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮ.	
3	$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 90^0$		

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ಆಯತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

6.9.4 ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜದ ರಚನೆ

ಅನುಸರಿಸಬೇಕಾದ ಹಂತಗಳು (ಸಾಮಾನ್ಯ)

ಗಮನಿಸಿ: ನಾವೀಗ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕು ಶೃಂಗಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಪರಿವೃತ್ತವು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆಂಬುದನ್ನು ನಾವೀಗಾಗಲೇ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ (ಪಾಠ 6.5).

ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವೀಗ ಒಂದು ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ನಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ನಾಲ್ಕನೇ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿದರೆ ನಮ್ಮ ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ.

1. ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಸರಿಯಾಗಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
2. ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.
3. ಈ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.
4. 'O' ವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
5. ದತ್ತ ಅಳತೆಗನುಸಾರವಾಗಿ 4 ನೇ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುವನ್ನು ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿ.

ಗಮನಿಸಿ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ 3 ಅಂಶಗಳು ಬೇಕು

1. ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆ. ಅಥವಾ
2. ಒಂದು ಬಾಹು ಮತ್ತು ಆ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ 2 ಕೋನಗಳು ಅಥವಾ
3. ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಕೋನ.

6.9.4 ಸಮಸ್ಯೆ 1: KL = 4 ಸೆಂ.ಮಿ., LM = 4.8 ಸೆಂ.ಮಿ., KM = 6.8 ಸೆಂ.ಮಿ. ಮತ್ತು KN = 4.3 ಸೆಂ.ಮಿ. ಇರುವಂತೆ KLMN ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ರಚನೆ:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ΔKLM ರಚಿಸಿ:

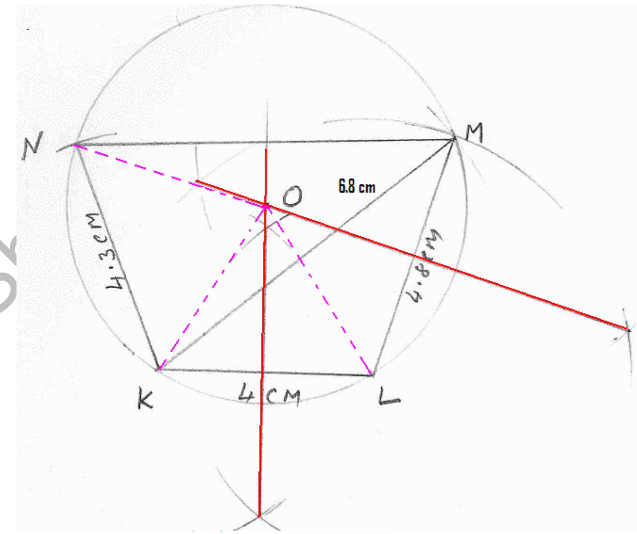
(i) 4ಸೆಂ.ಮಿ.ಉದ್ದದ KL ರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

(ii) Kಯಿಂದ 6.8 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ. Lನಿಂದ 4.8 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ಕಂಸ ಎಳೆಯಿರಿ.ಈ ಎರಡು ಕಂಸಗಳು Mನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

(iii) KM ಮತ್ತು LM ಜೋಡಿಸಿ. ΔKLM ದೊರೆತಿದೆ.

2) KL ಮತ್ತು LM ಬಾಹುಗಳ ಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಇವು 'O' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

3) O ವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು, OK ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಈ ವೃತ್ತವು K, L, M ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ.



4) K ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 4.3 ಸೆ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು N ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. KN ಮತ್ತು NM ಎಳೆಯಿರಿ.

5) KLMN ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಚತುರ್ಭುಜ .

6.9.4 ಸಮಸ್ಯೆ 2: XY= 2.5 ಸೆಂ.ಮಿ., YZ=5.5 ಸೆಂ.ಮಿ., ZT=3 ಸೆಂ.ಮಿ. $\angle XTZ = 60^0$ ಇರುವಂತೆ XYZT ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ಗಮನಿಸಿ: XYZT ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾದ್ದರಿಂದ, ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು $\angle XTZ$ ಮತ್ತು $\angle XYZ$ ಗಳು ಸಂಪೂರಕಗಳು. ಆದುದರಿಂದ $\angle XYZ = 120^0$.

ರಚನೆ:

1) XYZ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ:

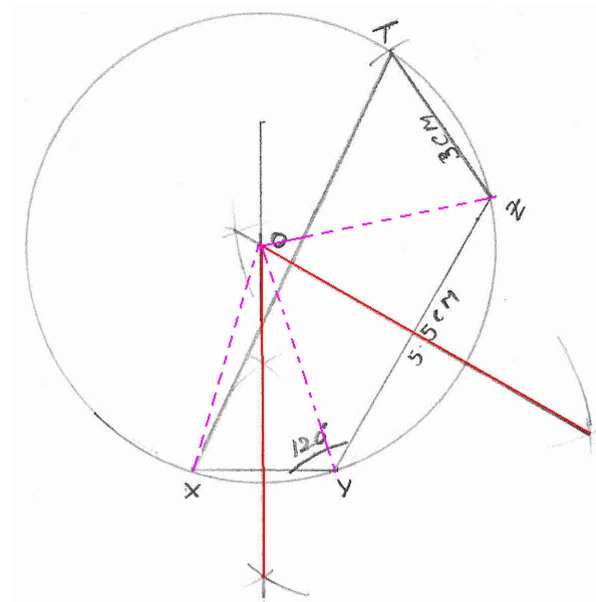
(i) 2.5 ಸೆಂ.ಮಿ. ಉದ್ದದ XY ಸರಳರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

(ii) Y ಯಲ್ಲಿ XY ಯೊಂದಿಗೆ 120^0 ಆಗುವಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಎಳೆಯಿರಿ.

Y ಯಿಂದ 5.5 ಸೆಂ.ಮಿ.ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯನ್ನು Zನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

(iii) XZ ಸೇರಿಸಿದರೆ XYZ ತ್ರಿಭುಜ ನಮಗೆ ದೊರೆಯಿತು.

2) XY ಮತ್ತು YZ ಬಾಹುಗಳಲಂಬದ್ವಿಭಾಜಕಗಳನ್ನೆಳೆಯಿರಿ. ಛೇದನ ಬಿಂದು 'O'.



3) 'O' ವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟು, X, Y ಮತ್ತು Z ಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

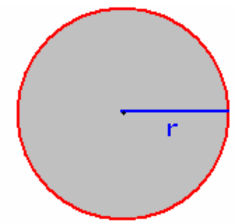
4) Z ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟು 3 ಸೆಂ.ಮಿ. ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ವೃತ್ತವನ್ನು T ಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

5) XT ಮತ್ತು ZT ಎಳೆಯಿರಿ.

6)XYZT ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಚತುರ್ಭುಜ.

6.9.5 ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಆದರೆ

ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ(ಪರಿಧಿ) $= 2\pi r$	
ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$	

ಗಮನಿಸಿ:

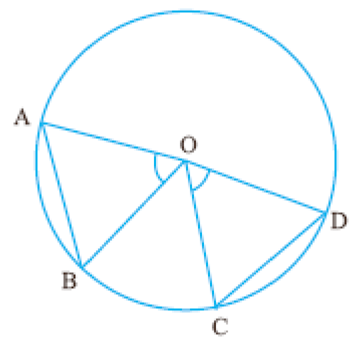
π ಎಂದಾಗ ನೆನಪಾಗುವುದು ಆರ್ಯಭಟನದು ಮತ್ತು ಭಾಸ್ಕರನದು

ಆರ್ಯಭಟನ ಸೂತ್ರ(ಆರ್ಯಭಟೀಯಂ)	ಭಾಸ್ಕರನ ಸೂತ್ರ('ಲೀಲಾವತಿ' ಶ್ಲೋಕ 202)
4 ನ್ನು 100 ಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಿ, 8 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 62,000 ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು 20000 ಮಾನದ ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಹತ್ತಿರದ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.	ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವನ್ನು 3927 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1250 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಪರಿಧಿಯೂ, 22 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ವ್ಯವಹಾರ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸ್ಥೂಲ ಪರಿಧಿಯೂ ಬರುತ್ತದೆ.
ಸುತ್ತಳತೆ = {(4+100)*8+62000} = 62832: ವ್ಯಾಸ = 20000 $\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ $\div$ ವ್ಯಾಸ $= \frac{62832}{20000} = 3.1416 (= \pi)$	ಸುತ್ತಳತೆ = (ವ್ಯಾಸ*3927) ÷1250 $\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ $\div$ ವ್ಯಾಸ $= \frac{3927}{1250} = 3.1416 (= \pi)$ π (ಅಂದಾಜು) $= \frac{22}{7}$

6.9.2.4. ಸಮನಾದ ಜ್ಯಾಗಳು(ಕಂಸಗಳು) ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೆ:

ಹಂತ	ಹೇಳಿಕೆ	ಕಾರಣ
	ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ	
1	OA = OD	ತ್ರಿಜ್ಯ
2	OB = OC	ತ್ರಿಜ್ಯ ದತ್ತ
3	AB = CD	ದತ್ತ
4	$\Delta AOB \cong \Delta COD$	ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ
5	$\angle AOB = \angle COD$	ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು



6.9.2.5. ಜ್ಯಾಗಳು(ಕಂಸಗಳು) ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮನಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳು ಸಮನಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ಗಮನಿಸಿ: ಇದು 6.9.2.4 ರ ವಿಲೋಮ

ಸಾಧನೆ:

ಸಾಧನೆ ಮೇಲಿನಂತೆಯೇ. ಹಂತ 3 ರಲ್ಲಿ $\angle AOB = \angle COD$ ಎಂದು ನಮೂದಿಸಿ. ನಂತರ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧದಂತೆ AB=CD.

ಗಮನಿಸಿ: 3 ಸರಳರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಒಂದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹಾದುಹೋಗಲು ಸಾಧ್ಯ..