

Quantitative Aptitude Test

Introduction:

- Mathematics questions in competitive exams are of 10th Standard level
- Tests Logical reasoning and analytical ability
- Normally less than half a minute is available to answer a question
- None can answer all the questions within the allotted timeframe
- Judged on the basis of relative performance of others, subject to a minimum cut off
- Elimination test

TO keep in mind:

- Solving problems quickly and yet correctly
- Time Management

Some tips

- Be thorough with multiplication tables if possible up to 19 by 19 or at least 9 by 9 ($19 \times 17 = 10 \times 17 + 17 \times 9 = 170 + 153 = 323$)
- Squares and cubes of first few numbers
- Divisibility tests up to 11
- Prime numbers up to 100.
- Remember BODMAS Rule (Cross check with Calculator or excel)
- Be through with algebraic formulae
- Reduce number of arithmetic operations
- Do not simplify after each step
- Check for factors and look out for cancellation of terms in numerator and denominator
- Using Logic could be faster than using formula in some cases

NOTE:

- Some of you may find some topics to be easy
- First go through the audio lessons even if you do not understand
- Listen repeatedly
- Some concepts could be covered later
- Keep paper and pencil

Mock on line test:

- Search Google
- www.brets.in a banking online course is a good site.
- Register there
- Go to <http://www.brets.in/View/demo-competitive-courses>
- Click on Practice Tests.

Note: They also have a app

TOPICS / ವಿಷಯಗಳು

1	Number System / ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	16	Average/ ಸರಾಸರಿ
2	Fractions and decimals / ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಮತ್ತು ದಶಮಾಂಶ	17	Age related/ ವಯಸ್ಸಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ
3	Multiplication and Division ಗುಣಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ	18	Simple & compound interest / ಸರಳ & ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿ
4	Divisibility Tests / ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು	19	People ,work and time / ಜನರು, ಕೆಲಸ ಮತ್ತು ಸಮಯ
5	BODMAS rule / ಆವರಣ ಸೂತ್ರ	20	Filling and emptying of water from a tank ಟ್ಯಾಂಕ್ ಗೆ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಖಾಲಿ ಮಾಡುವುದು
6	Comparison of operators / ತುಲನಾ ಕ್ರಿಯೆ.	21	Speed / ವೇಗ
7	Multiplication/Division of decimal numbers ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ	22	Permutations & Combinations ಕ್ರಮಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ವಿಕಲ್ಪ
8	Factors / ಅಪವರ್ತನಗಳು	23	Counting of days in months/ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ದಿನಗಳ ಲೆಕ್ಕ
9	HCF and LCM / ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ	24	Simultaneous Equations (2 variables) ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣ
10	Powers/ ಘಾತಗಳು	25	Quadratic Equation, Formulae ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ, ಸೂತ್ರಗಳು
11	Approximation / ಅಂದಾಜು		Menstruation/ ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತ
12	Percentages/ ಶೇಕಡ	17	Age related/ ವಯಸ್ಸಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ
13	Ratio & Proportion / ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾನುಪಾತ	18	Simple & compound interest / ಸರಳ & ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿ
14	Selling Price, Marked (Cost) Price, Profit & Loss ಮಾರಾಟದ ಬೆಲೆ, ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆ, ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ	19	People ,work and time / ಜನರು, ಕೆಲಸ ಮತ್ತು ಸಮಯ
15	Partnership, Profit sharing ಪಾಲುದಾರಿಕೆ, ಲಾಭಾಂಶ ಹಂಚಿಕೆ		

Visit www.FREEganita.com to understand above concepts or to learn more. **OR**

Go through Ganita8910 a Data DVD set which has video graphed lessons of class 8 to 10 in Kannada

Basics, Terms / ಮೂಲಭೂತ ತತ್ವ, ಪದಗಳು

Divide 13 by 2

$$13 = 2 * 6 + 1$$

Dividend = Divisor * Quotient + Remainder

ಭಾಜ್ಯ = ಭಾಜಕ * ಭಾಗಲಬ್ಧ + ಶೇಷ

ಸಂ.	ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ/ಪದ	ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ/ಪದ	ಕ್ರಿಯೆ	ಫಲಿತಾಂಶ	ಉದಾ
1	+	+	ಕೂಡಿಸು	+	$(+6) + (+7) = 13$
2	-	-	ಕೂಡಿಸು	-	$(-6) + (-7) = -13$
3	+	-	ಕೂಡಿಸು	+ ಅಥವಾ -	$(+6) + (-7) = -1$; $(+7) + (-6) = 1$
4	-	+	ಕೂಡಿಸು	+ ಅಥವಾ -	$(-6) + (+7) = 1$; $(-7) + (+6) = -1$
5	+	+	ಕಳೆ	+ ಅಥವಾ -	$(+6) - (+7) = -1$; $(+7) - (+6) = +1$
6	-	-	ಕಳೆ	+ ಅಥವಾ -	$(-6) - (-7) = (-6) + 7 = 1$; $(-7) - (-6) = (-7) + 6 = -1$
7	+	-	ಕಳೆ	+	$(+7) - (-6) = 7 + 6 = 13$
8	-	+	ಕಳೆ	-	$(-6) - (+7) = (-6) - 7 = -13$
9	+	+	ಗುಣಿಸು(*)	+	$(+6) * (+2) = 12$; $(+6) \div (+2) = 3$
10	-	-	ಗುಣಿಸು(*)	+	$(-6) * (-2) = 12$; $(-6) \div (-2) = 3$
11	+	-	ಗುಣಿಸು(*)	-	$(+6) * (-2) = -12$; $(+6) \div (-2) = -3$
12	-	+	ಭಾಗಿಸು(÷)	-	$(-6) * (+2) = -12$; $(-6) \div (+2) = -3$

Reciprocal (ವಿಲೋಮ) of $\frac{3}{2}$ is $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{(\frac{a}{b})} = 1 * (\frac{b}{a}) = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{1}{(\frac{2}{3})} = 1 * (\frac{3}{2}) = \frac{3}{2}$

Note that If $a * b = 0$ then either $a=0$ or $b=0$ or both are zero

Transposition/Balancing of equations /ಸಮೀಕರಣದ ಸ್ಥಳಾಂತರ/ಸರಿತೂಗಿಸುವಿಕೆ

LHS(Left Hand Side), RHS(Right Hand Side)

Example 1: $x+2 = 6$

Solution: Balance LHS and RHS by subtracting 2 from both sides (ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಕಳೆ)

$$\therefore \text{LHS} = x+2-2=x$$

$$\therefore \text{RHS} = 6-2=4$$

$$\therefore x = 4$$

Example 2: $\frac{x}{2}=3$

Balance RHS and LHS by multiplying both sides by 2. (ಎರಡೂ ಕಡೆ 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸು)

$$2*\left(\frac{x}{2}\right)=2*3$$

$$\text{LHS} = x \text{ and } \text{RHS} = 6$$

$$\therefore x=6$$

A Project of www.CShale.org

Numbers/ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1	Natural Numbers/ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1,2,3...
2	Whole Numbers/ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	0,1,2,3
3	Integers/ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು	-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4
4	Even numbers/ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Divisible by 2 : $2*N$; $N>0$)	2,4,6,8,10...
5	Odd Numbers/ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Not divisible by 2: $2*N+1$; $N>0$)	1,3,5,7,9
6	Prime Numbers/ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು (Only factors are 1 and itself) ಅಪವರ್ತನಗಳು 1 ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ	1,2,3,7,11,13,17,19....
7	Square Numbers/ ವರ್ಗಗಳು (Square of itself $N*N$ or N^2)	$0^2=0$, $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$
8	Fractions/ ಭಿನ್ನರಾಶಿ (Not whole integers : M/N ; M, N integers >0)	$-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$
9	Decimals/ ದಶಮಾಂಶ (Integers Divided by multiple of 10s)	$\frac{2}{10}=0.2$, $\frac{2}{100}=0.02$, $\frac{2}{1000}=0.002$ $-\frac{2}{10}=-0.2$, $-\frac{2}{100}=-0.02$, $-\frac{2}{1000}=-0.002$ $\frac{1}{3}=0.33333$, $\frac{1}{4}=0.25$, $\frac{3}{4}=0.75$ $1.123=1+\frac{123}{1000}$

Missing number in Series/ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ

No	Identify missing Number	Answer	Reason
1	1 3 5 7 9 11 ?	13	Odd numbers(ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)
2	2 4 9 16 25 ? 49	36	Squares after 1 st number(ವರ್ಗೀಕರಿಸು)
3	3 5 8 13 ? 34	21	Sum of previous 2 numbers after 1 st number 1ನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಂತರ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ
4	4000 2000 1000 500 250 125 ?	62.5	Half of previous number(ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅರ್ಧ)
5	121 ? 81 64 49 36 25	100=10 ²	Square of numbers(ವರ್ಗ- ಬಲಗಡೆಯಿಂದ)

Exercise: Write your own series using your own logic.

Decimal numbers / ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$$\frac{1}{10} = .1$$

$$\frac{2}{100} = .02$$

$$\frac{1}{5} = 0.2$$

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30} = \left(\frac{10}{3}\right) * \frac{1}{10} \approx 3 * \frac{1}{10} = 0.3 \text{ (}\approx \text{ ಇದು ಅಂದಾಜು ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ)}$$

$$= \frac{100}{300} = \left(\frac{100}{3}\right) * \frac{1}{100} \approx 33 * \frac{1}{100} = 0.33$$

$$= \frac{1000}{3000} = \left(\frac{1000}{3}\right) * \frac{1}{1000} \approx 333 * \frac{1}{1000} = 0.333$$

Multiplication/ಗುಣಕಾರ

$$47 \times 198 = ?$$

Method 1	Method 2
$ \begin{array}{r} 47 \times 198 \\ \hline 376 \\ 423 \\ 47 \\ \hline 9306 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 198 \times 47 \\ \hline 1386 \\ 792 \\ \hline 9306 \end{array} $

Alternative method: $198 \times (40 + 7) = 198 \times 40 + 198 \times 7 = 7920 + 1386 = 9306$

Alternative method quite useful in some cases like

$$198 \times 197 = (200 - 2) \times 197 \text{ or } 198 \times (200 - 3) = (200 - 2) \times (200 - 3)$$

Multiplication of numbers containing multiples of 10

$$198000 \times 9700 = 198 \times 97 \times 10000$$

Divisibility Tests / ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮಗಳು (ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕಾದರೆ)

Divisible by: ಭಾಜಕ	If:	Examples:
2	The last digit is even (0,2,4,6,8) ಕೊನೆಯ ಅಂಕ (0,2,4,6,8) ಆಗಿರಬೇಕು	128 Yes $128/2=64$ 129 No
3	The sum of the digits is divisible by 3 ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು	381 ($3+8+1=12$, and $12 \div 3 = 4$) Yes $381/3=127$ 217 ($2+1+7=10$, and $10 \div 3 = 3 \frac{1}{3}$) No
4	The number formed by last 2 digits is divisible by 4 ಕೊನೆಯ 2 ಅಂಕಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	1312 Yes ($12 \div 4=3$) $1312/4=328$ 7019 No
5	The last digit is 0 or 5 ಕೊನೆಯ ಅಂಕ 0 ಅಥವಾ 5 ಆಗಿರಬೇಕು	175 Yes $175/5=35$ 809 No
6	The number is divisible by both 2 <u>and</u> 3 ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು.	114 (it is even, and $1+1+4=6$ and $6 \div 3 = 2$) Yes $114/6=19$ 308 (it is even, but $3+0+8=11$ and $11 \div 3 = 3 \frac{2}{3}$) No
7	Double the last digit and subtract it from the rest of the number and the answer should be : 0, or divisible by 7 (This rule can be applied repetitively)	672 (Double of 2 is 4, $67-4=63$, and $63 \div 7=9$) Yes $672/7=96$ 905 (Double of 5 is 10, $90-10=80$, and $80 \div 7=11 \frac{3}{7}$) No
8	The number formed by last 3 digits is divisible by 8 ಕೊನೆಯ 3 ಅಂಕಗಳಿಂದಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 8 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	109816 ($816 \div 8=102$) Yes $109816/8=13727$ 216302 ($302 \div 8=37 \frac{3}{4}$) No

9	The sum of the digits is divisible by 9 (This rule can be applied repetitively) ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು 9 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ	1629 ($1+6+2+9=18$, and again, $1+8=9$) Yes 2013 ($2+0+1+3=6$) No
10	The number ends in 0 ಕೊನೆಯ ಅಂಕ 0 ಆಗಿರಬೇಕು	220 Yes $220/10=22$ 221 No
11	Sum of digits in even places- sum of digits in odd places)= 0 , or divisible by 11	1364 ($((3+4) - (1+6) = 0)$) Yes $1364/11= 124$ 3729 ($((7+9) - (3+2) = 11)$) Yes $3729/11=339$ 25176 ($((5+7) - (2+1+6) = 3)$) No
12	The number is divisible by both 3 and 4 ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ಮತ್ತು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು.	648 (By 3? $6+4+8=18$ and $18\div3=6$) Yes (By 4? $48\div4=12$) Yes $648/12=54$ 524 (By 3? $5+2+4=11$, $11\div3= 3\frac{2}{3}$) No Don't need to check by 4.) No

What is the answer of $2 + 3 * 4$? Is it **20** Or **14** ?

BODMAS rule for mathematical computation:

B	Brackets first (ಆವರಣ)
O	Orders (ie Powers and Square Roots/Exponents) (ಘಾತ,ವರ್ಗಮೂಲ)
DM	Division and Multiplication (left-to-right) ಗುಣಾಕಾರ/ಭಾಗಾಕಾರ(ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ)
AS	Addition and Subtraction (left-to-right) ಸಂಕಲನ/ವ್ಯವಕಲನ(ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ)

$$7 + 6 * 5^2 + 3 = 7 + 150 + 3 = 160$$

Comparison Operations / ತುಲನಾ ಕ್ರಿಯೆ

Operator ತುಲನೆ	Example	Opposite ವಿರೋಧ	Example
$<; A < B$	$x < 5$	$>=; B >= A$	$5 >= x$
$<=; A <= B$	$x <= 5$	$>; B > A$	$5 > x$
$>; A > B$	$x > 5$	$<=; B <= A$	$5 <= x$
$>=; A >= B$	$x >= 5$	$<; B < A$	$5 < x$

$A <= B <= C <= D \Rightarrow A <= D, A <= C, B <= D$

$A >= B >= C >= D \Rightarrow A >= C, A >= D, B >= D$

Which is big $\frac{1}{6}$ or $\frac{1}{3}$?

Since $6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{100}{6} < \frac{100}{5} < \frac{100}{4} < \frac{100}{3} < \frac{100}{2} < \frac{100}{1}$ (Numerator is same/ಅಂಶ ಒಂದೇ)

Since $6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1 \Rightarrow \frac{6}{4} > \frac{5}{4} > \frac{4}{4} > \frac{3}{4} > \frac{2}{4} > \frac{1}{4}$ (Denominator is same)(ಭೇದ ಒಂದೇ)

Multiplication/Division of numbers with decimal points

1. Let one number has ' m ' number of decimals/ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದ ನಂತರ ಚುಕ್ಕೆಯ ಪಕ್ಕ ' m ' ಅಂಕಗಳಿರಲಿ
2. Let another has ' n ' number of decimals/ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದ ನಂತರ ಚುಕ್ಕೆಯ ಪಕ್ಕ ' n ' ಅಂಕಗಳಿರಲಿ.
3. Multiply numbers without decimal points/ ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲದೆ ಎರಡನ್ನೂ ಗುಣಿಸಿ
4. Introduce decimal point from right in the $(m+n)$ th place, by inserting zeros if necessary
ಬಂದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಬಲಗಡೆಯಿಂದ $(m+n)$ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಚುಕ್ಕೆ ಇರಿಸಿ(ಅಗತ್ಯವಿದ್ದರೆ 0 ಸೇರಿಸಿ)

Example 1: $0.1 \times .02 = 0.02$

' m '=1 ; ' n '=2

1. $1 \times 2 = 2$
2. Introduce decimal point from the right in 3rd place , by inserting 2 zeros.
3. The answer is .002

Example 2: 1.55×2.0045

' m '=2 ; ' n '=4

1. $155 \times 20045 = 3106975$
2. Introduce decimal point after 6th place from right = 3.106975
3. The answer is 3.106975.

Division of numbers with decimal points

1. Let dividend(Numerator) has ' m ' decimal places. ಅಂಶದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದ ನಂತರ ಚುಕ್ಕೆಯ ಪಕ್ಕ ' m ' ಅಂಕಗಳಿರಲಿ
2. Let Divisor(Denominator) has ' n ' decimal places. ಭೇದದಲ್ಲಿ ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನದ ನಂತರ ಚುಕ್ಕೆಯ ಪಕ್ಕ ' n ' ಅಂಕಗಳಿರಲಿ
3. Multiply both denominator and numerator by multiples of 10(greatest of m and n) and then divide
ಅಂಶ ಮತ್ತು ಭೇದ ಎರಡನ್ನೂ 10ರ ಗುಣಕದಿಂದ('' m ' ಮತ್ತು ' n ' ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದಾದ ಅಂಕೆಯಿಂದ) ಗುಣಿಸಿ

Example 3: $\frac{.55}{.0011} = ?$

' m '=2 ; ' n '=4 ; $\frac{.55}{.0011} = \frac{.55 \times 10000}{.0011 \times 10000} = \frac{5500}{11} = 500$

Factrorisation/ಅಪವರ್ತನ

Factors (ಅಪವರ್ತನಗಳು) of 16: (1, 16),(2,8),(4,4)

Factors of 24: (1, 24),(2,12),(3,8),(4,6)

Factors of 20: (1, 20),(2,10),(4,5)

HCF and LCM (ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.)

Sl.No.	HCF ಮ.ಸಾ.ಅಪವರ್ತನ	LCM ಲ.ಸಾ. ಅಪವರ್ತನ.
1	$\begin{array}{r} 2 \mid 16, 24, 20 \\ 2 \mid 8, 12, 10 \\ \mid 4, 6, 5 \end{array}$ <p>HCF = $2 * 2 = 4$</p> <p>Highest among all Common Factors ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ದೊಡ್ಡದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ</p>	$\begin{array}{r} 2 \mid 16, 24, 20 \\ 2 \mid 8, 12, 10 \\ 2 \mid 4, 6, 5 \\ \mid 2, 3, 5 \end{array}$ <p>LCM = $2 * 2 * 2 * 2 * 3 * 5 = 240$</p> <p>Least among all Common Multiples ಅಪವರ್ತನಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕದು</p>
2	$\begin{array}{r} 5 \mid 15, 20, 10 \\ \mid 3, 4, 2 \end{array}$ <p>HCF = $5 = 5$</p>	$\begin{array}{r} 5 \mid 15, 20, 10 \\ 2 \mid 3, 4, 2 \\ \mid 3, 2, 1 \end{array}$ <p>LCM = $5 * 2 * 3 * 2 * 1 = 60$</p>
	HCF helps in simplifying fractions ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸುಲಭೀಕರಿಸಲು ಸಹಾಯಕ	LCM helps in adding or subtracting fractions. ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಲು/ಕಳೆಯಲು ಸಹಾಯಕ

Consider the pair (4, 6)

HCF of (4,6)= 2 LCM of (4,6)= 12

$4 * 6 = 24 = 2 * 12 = \text{HCF} * \text{LCM}$

HCF*LCM of any 2 numbers= product of those 2 numbers

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. * ಲ.ಸಾ.ಅ. = ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

Application of HCF and LCM/ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳ ಉಪಯೋಗ

Fraction Additions/subtractions

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{(4+3)}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{(4-3)}{5} = \frac{1}{5}$$

Note that for addition/subtraction of fractions, we need to have denominator same
ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಲು/ಕಳೆಯಲು ಭೇದ ಒಂದೇ ಆಗಿರಬೇಕು.

Problem 1: $\frac{1}{16} - \frac{1}{20} = ?$

Solution:

$$16 = 4 * 2 * 2$$

$$20 = 4 * 5$$

$$\text{LCM of 16 and 20} = 4 * 2 * 2 * 5 = 80$$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{20} = \frac{1*5}{16*5} - \frac{1*4}{20*4} = \frac{5}{80} - \frac{4}{80} = \frac{(5-4)}{80} = \frac{1}{80}$$

Problem 2: Simplify $\frac{24}{16}$

Solution:

$$16 = 4 * 2 * 2$$

$$24 = 4 * 2 * 3$$

Note $4 * 2 = 8$ is HCF of 16 and 24 (use Divisibility test for 8)

$$\frac{24}{16} = \frac{8*3}{8*2} = \frac{3}{2}$$

Problem 3 : Find the **least** number which when divided by 9 12 and 15 leaves in each case remainder of 5.
9,12 ಮತ್ತು 15 ಇವುಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮತ್ತು 5 ಶೇಷವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Solution:

First we need to find **LCM** of 9, 12 and 15 which is 180.

Since the number needs to have remainder of 5, the required number is 185.

9,12 ಮತ್ತು 15 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ 180. 5 ಶೇಷವಾಗಿರಬೇಕಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 185.

Problem 4 : Find the **greatest** number which divides both 16 and 24

Solution:

The answer is 8 which is HCF of 16 and 24.

16 ಮತ್ತು 24 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 8 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಉತ್ತರ.

Problem 5 : To run a circular stadium time taken by 3 athletes is 8s, 9s and 6s. In how much time they all will meet at the starting point first time?

ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಸ್ಟೇಡಿಯಂ ನ್ನು ಸುತ್ತಲು ಮೂರು ಓಟಗಾರರು 8 ಸೆ., 9 ಸೆ. ಮತ್ತು 6 ಸೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಯದ ನಂತರ ಅವರು ಓಟದ ಆರಂಭದ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಮೊದಲಬಾರಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ?

Solution:

The answer is 72 which is LCM of 8, 9 and 6. So they all meet after 72 sec for the first time.

8, 9 ಮತ್ತು 6 ರ ಲ.ಸಾ.ಅ 72 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ಉತ್ತರ. 72 ಸೆ. ನಂತರ ಅವರೆಲ್ಲರೂ ಆರಂಭದ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಮೊದಲಬಾರಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ

Problem 6: Out of fractions $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{4}$ and $\frac{2}{5}$, what is the difference between the 2nd largest and second smallest fraction?

$\frac{4}{9}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು $\frac{2}{5}$ ರಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು?

- Find LCM of 9,11,7 and 4 so as to have a common denominator.(ಲ.ಸಾ.ಅ ಕ್ರಮ)

OR(ಅಥವಾ)

- Convert to decimals(ದಶಮಾಂಶ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬದಲಿಸಿ)

Solution:

$$\frac{4}{9} = 0.444 ; \frac{5}{11} = 0.454 ; \frac{3}{7} = 0.429 ; \frac{1}{4} = 0.25 ; \frac{2}{5} = 0.40$$

Since $0.25 < 0.40 < 0.429 < 0.444 < 0.454$

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{4}{9} < \frac{5}{11}$$

Second largest is $\frac{4}{9}$ (ಎರಡನೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ)

Second smallest $\frac{2}{5}$ (ಎರಡನೇ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆ)

$$\text{Required difference is (ಅವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ)} \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{5} = \frac{(4*5) - (2*9)}{9*5} = \frac{20-18}{45} = \frac{2}{45}$$

When several fractions are to be compared convert each of them to decimals and **do not use LCM method**.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಲು ಲ.ಸಾ.ಅ ಕ್ರಮ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸದೇ ಇರುವುದು ಉತ್ತಮ.

Powers/ ಘಾತ

$$2^3 * 2^2 = 2^5$$

$$\frac{2^5}{2^2} = 2^3$$

$$(2^3)^4 = 2^{12}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = 2^{-2}$$

In general the rules are

No	Formula
1	$a^n = a * a * a * a \rightarrow n \text{ times}$
2	$a^1 = a \quad a^0 = 1$
3	$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$
4	$a^m * a^n = a^{(m+n)}$
5	$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$
6	$(a^m)^n = a^{mn}$
7	$(a*b)^m = (a^m) * (b^m)$
8	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a^m}{b^m}\right)$
9	$\sqrt[m]{x} = a^m x^{(1/m)}$
10	$m\sqrt{xy} = x^{(1/m)} * y^{(1/m)}$
11	$m\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt[m]{x} \div \sqrt[m]{y}$

Problem 1: Solve: $\frac{(?)^{1.7}}{56} = \frac{14}{(?)^{0.3}}$

Solution:

$$(?)^{1.7} * (?)^{.3} = 14 * 56$$

$$(?)^{1.7+.3} = 2*7*8*7 = 4*4*7*7 = (4*7)^2$$

$$(?)^2 = (4*7)^2$$

$$(?) = (4*7) = 28$$

A Project of www.eShale.org

Problem 2: Solve $25^3 \cdot 4^3 - 800^2 = (?)^2$

Solution:

$$\text{LHS} = (25 \cdot 4)^3 - 800^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 - 64 \cdot 100 \cdot 100 = 100 \cdot 100 (100 - 64) = 100 \cdot 100 \cdot 36 = (600)^2$$

600 is the answer

Problem 3: Solve $(49)^2 \cdot (7)^8 \div (343)^3 = (7)^?$

Solution:

$$\text{LHS} = (7^2)^2 \cdot 7^8 \div (7^3)^3 = 7^{4+8} \div 7^9 = 7^3 ; 3 \text{ is the answer}$$

Problem 4: Solve $(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^4 \cdot (5 \cdot 5)^6 \div (5)^2 = (25)^?$

Solution:

$$\text{LHS} = (25)^4 \cdot (25)^4 \cdot (25)^4 \cdot (25)^{6-1} = (25)^{4+4+4+6-1} = (25)^{17} ; 17 \text{ is the answer}$$

Approximation/Rounding / ಅಂದಾಜು

Problem 1: What is the approximate sum of -125.009, 68.99 and 100.655 rounded to whole number?

Solution:

$$125.009 \approx 125$$

$$68.99 \approx 69$$

$$100.655 \approx 101$$

Their approximate sum = $-125 + 69 + 101 = 45$

$$1. (11.999)^3 \approx 12^3 = 1728$$

$$2. \frac{50550}{50.01} = \frac{50550}{50} = 1011$$

$$3. \frac{111111}{11 \cdot 111} = \left(\frac{111111}{11} \right) \cdot \left(\frac{1}{111} \right) \approx \frac{10101}{111} \approx 91$$

Percent (%) / ಶೇಕಡೆ

$$40\% = \frac{40}{100}$$

$$4\% = \frac{4}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0.6$$

Calculation of increase % = $\left(\frac{\text{Increase_in_value}}{\text{Original_value}} \right) * 100$; ಹೆಚ್ಚಳ % = {ಮೂಲ ಬೆಲೆಯಲ್ಲಿನ ಹೆಚ್ಚಳ} ÷ ಮೂಲ ಬೆಲೆ * 100

Notes:

10% increase means original quantity increases by 10 on a base of 100.

10% ಹೆಚ್ಚಳ ಎಂದರೆ 100 ಇದ್ದದ್ದು 110 ಆಗುತ್ತದೆ

Increase of 10% on 100 means 100 becomes $100 + 10\% \text{ of } 100 = 100 + \frac{10}{100} = 100 + 10 = 110 = 100 * 1.1$

Increase of r% on x (x ನ ಮೇಲೆ r% ಹೆಚ್ಚಳ) = $x * \left(1 + \frac{r}{100} \right)$

If decrease then in the above formula r is replaced by -r

Decrease of r% on x (x ನ ಮೇಲೆ r% ಕಡಿತ) = $x * \left(1 - \frac{r}{100} \right)$

Problem 1: 30% of 15% of $\frac{2}{3}$ rd of a number is 15. What is the number?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟರ ಮೇಲೆ 30% ಮತ್ತು 15% ರ ಬೆಲೆ 15 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Solution:

Let x be the number

$$\left(\frac{2}{3} \right) * x * \left(\frac{30}{100} \right) * \left(\frac{15}{100} \right) = 15$$

$$x = 10 * 50 = 500$$

Problem 2: The population of a town is 25280. It increases by 10% in the first year and decreases by 25% in the 2nd year. What is the population at the end of 2nd year?

ಒಂದು ಪಟ್ಟಣದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ 25280. ಮೊದಲ ವರ್ಷ 10% ರಷ್ಟು ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿ, ಎರಡನೇ ವರ್ಷ 25% ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಎರಡನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿನ ಜನಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

Solution: Population at the end of 1st year = $25280(1 + \frac{10}{100}) = \{25280 * \frac{11}{10}\}$ <←-- ಮೊದಲನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ

Population at the end of 2nd year = $\{25280 * \frac{11}{10}\} * (1 - \frac{25}{100})$ <←-- ಎರಡನೇ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದ ಜನಸಂಖ್ಯೆ

$$= 25280 * \frac{11}{10} * \frac{75}{100} = 2528 * 11 * \frac{75}{100} = 632 * 11 * 3 = 20856$$

Problem 3: A gave 50% of the money to his wife and distributed balance money equally among his 3 children. If each son got Rs. 3250 what was the amount he had?

ಓರ್ವನು ತನ್ನಲ್ಲಿನ ಹಣದಲ್ಲಿ 50% ರಷ್ಟನ್ನು ಹೆಂಡತಿಗೆ ನೀಡಿ ಉಳಿದ ಹಣವನ್ನು ಸಮನಾಗಿ ತನ್ನ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಲಾ 3250 ರೂ. ನಂತೆ ನೀಡಿದರೆ ಆತನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಎಷ್ಟು ಹಣವಿದ್ದಿತ್ತು?

Solution: 50% = 3250 * 3
100% = 3250 * 3 * 2 = 6500 * 3 = 19,500

Problem 4: The difference between 90% of a number and 83% of number is 175. What is 99% of number?

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ 90% ರ ಮತ್ತು 83% ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 175 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ 99% ಎಷ್ಟು?

Solution: 7% > 175
 $99\% >> \frac{175 * 99}{7} = 25 * 99 = 25(100 - 1) = 2475$

Problem 5: 20% of the total cost of the plot with an area of 400 sq.ft is Rs.72000. What is the rate per sq.ft of the plot?

400 ಚ.ಅಡಿ ಇರುವ ಒಂದು ಜಾಗದ ಬೆಲೆಯ 20% ರಷ್ಟು ರೂ. 72000 ಆದರೆ ಒಂದು ಚ. ಅಡಿ ಜಾಗದ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

Solution: 20% > Rs.72000
100% >> Rs. (72000 * 5)
Rate per sq.ft = $(72000 * 5) \frac{1}{400} = 900$

Problem 6: A sold an item @ Rs.15000 incurring a loss of 25%. At what price, should he sell to gain a profit of 40%?

ಓರ್ವನು 25% ನಷ್ಟವಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು 15000 ಕ್ಕೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಅದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು 40% ಲಾಭದಲ್ಲಿ ಮಾರಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆ ಇಡಬೇಕು?

Solution:

Since loss was 25%, 75% of price of the item = 15000

He needs a gain of 40% (100% covers no loss, hence gain of 140% gives profit of 40%)

75% \rightarrow 15000 (25% ನಷ್ಟವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವನು ಮಾರಿದ್ದು ವಸ್ತುವಿನ ಬೆಲೆಯ 75% ರಷ್ಟು)

140% \rightarrow ? (100% ಎನ್ನುವುದು ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟರಹಿತ ಬೆಲೆ. ಲಾಭಕ್ಕಾಗಿ 40% ಜಾಸ್ತಿ ಮಾಡಬೇಕು)

$$15000 * \frac{140}{75} = 28000$$

Problem 7: If the price of sugar goes up by 1%, what % should be the approximate reduction in the consumption so that there is no extra expenditure?

ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆ 1% ಜಾಸ್ತಿಯಾದರೂ, ವೆಚ್ಚ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗದೆ ಮೊದಲಿನಂತಿರಲು ಅದರ ಬಳಕೆಯ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಸರಿಸುಮಾರು ಎಷ್ಟು % ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಬೇಕು?

Solution:

Because of increase of 1% in sugar price, the expenditure becomes 101%

To maintain expenditure at the same level (=100%) the consumption should decrease by $\frac{100}{101}$ % so that net

effect is 100% : $(101\% * (\frac{100}{101})\%) = 100\%$

Thus the answer is $\frac{100}{101}\% \approx 99\%$

ಸಕ್ಕರೆಯ ಬೆಲೆ 1% ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ 101% ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದರ ಬಳಕೆ ಮೊದಲಿನಂತಿರಬೇಕಾದರೆ (=100%) ಅದರ ಬಳಕೆ $\frac{100}{101}\%$

ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆ ಆಗಬೇಕು. ಆಗ ಮಾತ್ರ ವೆಚ್ಚ ಜಾಸ್ತಿ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ($\therefore 101\% * (\frac{100}{101})\% = 100\%$)

ಉತ್ತರ = $\frac{100}{101}\% \approx 99\%$

Ratio and proportion/ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾನುಪಾತ

When we say the marks of 2 students are in the ratio of 2:3 it means marks could be 20 and 30 or 40 and 60 or 60 and 90.

That is to say, if marks of one student are $2x$ then other's is $3x$

$$\text{That is } \frac{2}{3} = \frac{20}{30} = \frac{40}{60} = \frac{60}{90} \dots = \frac{2x}{3x}$$

In other words 2:3 can also be described as 2 parts and 3 parts out of total of 5 parts

ಇಬ್ಬರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಂಕಗಳ ಅನುಪಾತ 2:3 ರಂತೆ ಇದೆ ಅಂದರೆ ಅವರು ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು 20,30 ಅಥವಾ 40,60 ಅಥವಾ 60,90 ಆಗಿರಬಹುದು.

ಅಂದರೆ ಅವರದ್ದು $2x, 3x$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ $\frac{2}{3} = \frac{20}{30} = \frac{40}{60} = \frac{60}{90} \dots = \frac{2x}{3x}$

Question:

What is x in $15:12:: x:24$?

:: means 'same as' (ಸರಿಸಮಾನ)

$$\frac{15}{12} = \frac{x}{24} \therefore x = 15 * \frac{24}{12}$$

$x=30$.

Profit and Loss / ಲಾಭ ಮತ್ತು ನಷ್ಟ

No	CP: Cost Price/ಅಸಲು/ತಯಾರಿಕಾ ಬೆಲೆ, SP: Selling Price/ಮಾರಿದ ಬೆಲೆ, MP: Marked Price/ನಮೂದಿಸಿದ ಬೆಲೆ) Formulae: ↓ ↓ ↓
1	Profit OR Loss = $\pm (CP - SP)$ (- indicates loss) {ಲಾಭ/ನಷ್ಟ}
2	Profit OR Loss % = $\frac{\text{Profit} * 100}{CP}$ OR $\frac{\text{Loss} * 100}{CP}$ {ಲಾಭ%/ನಷ್ಟ%}
3	CP = $\frac{100 * SP}{(100 + \text{Profit}\%)}$ OR $\frac{100 * SP}{(100 - \text{Loss}\%)}$ {ಅಸಲು/ತಯಾರಿಕಾ ಬೆಲೆ}
4	SP = $\frac{(100 + \text{Profit}\%) * CP}{100}$ OR $\frac{(100 - \text{Loss}\%) * CP}{100}$
5	Discount% = $\frac{\text{Discount} * 100}{MP}$ {ಸೋಡಿ%}
6	SP = $\frac{(100 - \text{Discount}\%) * MP}{100}$

Problem 1: A sold an item @ Rs. 15000 incurring a loss of 25%. At what price should he sell to gain a profit of 40%?

ಓರ್ವನು 25% ನಷ್ಟವಾಗುವಂತೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ. 15000 ಕ್ಕೆ ಮಾರುತ್ತಾನೆ. ಅದೇ ವಸ್ತುವನ್ನು 40% ಲಾಭದಲ್ಲಿ ಮಾರಲು ಎಷ್ಟು ಬೆಲೆ ಇಡಬೇಕು?

Solution:

$$CP = \frac{100 * SP}{(100 - \text{Loss}\%)} = \frac{100 * 15000}{75}$$

$$SP = \frac{(100 + \text{Profit}\%) * CP}{100} = \frac{(100 + 40) * \frac{100 * 15000}{75}}{100} = \frac{140 * 15000}{75} = 28000$$

Note: The above problem was solved under Percentage lesson using logic and unitary method

Problem 2: A seller loses the selling price of 4 apples on selling 25 apples. What is his loss% ?

ಓರ್ವನು 25 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು ಮಾರುವಾಗ 4 ಸೇಬು ಹಣ್ಣುಗಳ ನಷ್ಟವನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿದರೆ ಅವನ ನಷ್ಟ ಎಷ್ಟು % ಆಗುತ್ತದೆ?

Solution: It is $= (\frac{4}{25}) * 100 = 16\%$

Problem 3: 10 oranges are bought for a price of Rs 300. If 9 are sold for Rs 300. What is the profit%?

10 ಕಿತ್ತಲೆ ಹಣ್ಣುಗಳನ್ನು 300 ರೂ ಗೆ ಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 9 ನ್ನು 300 ರೂ ಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭ ಎಷ್ಟು % ಆಗುತ್ತದೆ?

Solution:

$$SP = \frac{300}{9}, CP = \frac{300}{10} : \text{Profit} = 300 * \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = \frac{300}{90}$$

$$\text{Profit\%} = \frac{\text{Profit} * 100}{CP} = \left(\frac{300}{90} \right) * 100 * \frac{10}{300} = \frac{100}{9} = 11\left(\frac{1}{9}\right)\%$$

By logic: one orange comes free on a sale of 9 out of 10 bought.

$$9 \text{ ಹಣ್ಣು ಮಾರುವಾಗ ಒಂದು ಹಣ್ಣು ಉಚಿತವಾಗಿ ಸಿಗುತ್ತಿರುವುದರಿಂದ Profit \%} = \frac{(10-9)*100}{9} = \frac{100}{9} = 11\left(\frac{1}{9}\right)\%$$

Successive Discount: ಅವರ್ತಿತ ಸೋಡಿ

If r_1 , r_2 and r_3 are successive discounts(discount on discount) given on a product then formula for net(total)

$$\text{discount is} = 100 - \frac{(100 - r_1)(100 - r_2)(100 - r_3)}{10000}$$

$$r_1, r_2 \text{ ಮತ್ತು } r_3 \text{ ಗಳು ಅವರ್ತಿತ ಸೋಡಿಗಳಾದರೆ(ಸೋಡಿ ಮೇಲೆ ಸೋಡಿ) ಆಗ ಒಟ್ಟು ಸೋಡಿ} = 100 - \frac{(100 - r_1)(100 - r_2)(100 - r_3)}{10000}$$

Partnership and profit sharing/ ಪಾಲಗಾರಿಕೆ ಮತ್ತು ಲಾಭಾಂಶ ಹಂಚಿಕೆ

Profit to be shared is directly proportional to the investment made (Money invested and the period of investment).

ಕೇವಲ ಹೂಡಿದ ಬಂಡವಾಳವಲ್ಲದೆ ಬಂಡವಾಳ ಹೂಡಿದ ಸಮಯವನ್ನೂ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಲಾಭಾಂಶವನ್ನು ಹಂಚಬೇಕು.

Problem 1: A's investment is 200 Rs. B's investment is 300 Rs. How the profit of Rs.2000 is shared?

A ಯು 200 ರೂಗಳನ್ನೂ B ಯು 300ರೂಗಳನ್ನೂ ಹಣ ತೊಡಗಿಸಿ ರೂ 2000 ಲಾಭಗಳಿಸಿದರೆ ಲಾಭವನ್ನು ಹಂಚುವುದು ಹೇಗೆ?

Solution: A:B investment = 200:300= 2:3 Profit needs to be divided in to 5 parts(2+3) and 2 parts to be given to A and 3 parts need to be given to B

$$2x+3x= 2000$$

$$\therefore x= 400 \text{ Thus A's share} = 800(=2x) \text{ and B's share} = 1200(=3x).$$

Note the share of profit= 800:1200= 2:3 which is the same investment ratio.(200:300)

A:B ಹಣ ಹೂಡುವಿಕೆ = 200:300= 2:3. ಅಂದರೆ ಹಣವನ್ನು 5 ಭಾಗ ಮಾಡಿ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ ಅದರಲ್ಲಿ A ಯ ಪಾಲು ಎರಡರಷ್ಟು ಮತ್ತು B ಯ ಪಾಲು ಮೂರರಷ್ಟು. ಆದುದರಿಂದ ಲಾಭವನ್ನೂ 5 ಭಾಗ ಮಾಡಿ A ಯ ಪಾಲು 2 ಭಾಗದಷ್ಟು ಮತ್ತು B ಯ ಪಾಲು 3 ಭಾಗದಷ್ಟು ಇರುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

$$2x+3x= 2000$$

$$\therefore x= 400 \therefore A \text{ ಯ ಲಾಭ} = 800(=2x) \text{ ಮತ್ತು B ಯ ಲಾಭ} = 1200(=3x).$$

If the investment period is different, then amount*period of investment should be considered for profit sharing

ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅವಧಿಯದಾಗಿದ್ದರೆ ಹಣ ಅವಧಿ ಯು ತೊಡಗಿಸಿದ ಹಣವೆಂದು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.

Problem 2: A starts business with Rs. 5000. After 4 months B joins with a sum of Rs. 4000. At the end of the year, if there is a profit of Rs 8970, how it should be shared?

A ಯು ರೂ. 5000 ನ್ನು ಹಾಕಿ ಉದ್ಯಮ ಆರಂಭಿಸುತ್ತಾನೆ. 4 ತಿಂಗಳ ನಂತರ B ಯು ರೂ. 4000 ಹಾಕಿ A ಯನ್ನು ಸೇರುತ್ತಾನೆ. ವರ್ಷದ ನಂತರ ಲಾಭ ರೂ. 8970 ಆದರೆ, ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಹಂಚುವುದು?

A's investment = 5000; Period of investment = 12 months

Equivalent Statement >>> A's investment for 1 month = Rs 60000 (5000*12)

B's investment = Rs 8000; B's period of investment = 8 months (joined after 4 months)

Equivalent Statement >>> B's investment for 1 month = Rs 32000 (4000*8) (equivalent)

So the investment ratio = 60,000:32,000 = 15:8

So Rs 8970 has to be divided in the ratio of 15:8

$$A's \text{ share} = \frac{15}{23} * 8970 = 15 * 390 = 390 * 15 = 15 * (400 - 10) = 6000 - 150 = 5850.$$

$$B's \text{ share} = \frac{8}{23} * 8970 = 8 * 390 = 390 * 8 = 8 * (400 - 10) = 3200 - 80 = 3120.$$

A ಯು ಹಾಕಿದ ಬಂಡವಾಳ = 5000; ತೊಡಗಿಸಿದ ಅವಧಿ 12 ತಿಂಗಳು

ಇದು A ಯು 1 ತಿಂಗಳಿಗೆ ರೂ 60000 (5000*12) ತೊಡಗಿಸಿದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮ

B ಯು ಹಾಕಿದ ಬಂಡವಾಳ = 8000; ತೊಡಗಿಸಿದ ಅವಧಿ 8 ತಿಂಗಳು (4 ತಿಂಗಳ ನಂತರ ಸೇರಿರುತ್ತಾನೆ)

ಇದು B ಯು 1 ತಿಂಗಳಿಗೆ ರೂ 32000 (4000*8) ತೊಡಗಿಸಿದ್ದಕ್ಕೆ ಸಮ ಮತ್ತು

∴ ಅವರುಗಳು ತೊಡಗಿಸಿದ ಬಂಡವಾಳದ ಅನುಪಾತ 60,000:32,000 = 15:8

ಹೀಗಾಗಿ ಲಾಭ 8970 ರೂಗಳನ್ನು ಇದೇ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಂಚಬೇಕು.

$$A \text{ ಯ ಪಾಲು} = \frac{15}{23} * 8970 = 15 * 390 = 390 * 15 = 15 * (400 - 10) = 6000 - 150 = 5850.;$$

$$B \text{ ಯ ಪಾಲು} = 8970 - 5850 = 3120$$

Problem 3: A and B started business with investing money in 4:9 ratios. After 4 months A took out his money. What should be the ratio of their shares in profit after 8 months?

A ಮತ್ತು B ಎನ್ನುವವರು 4:9 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಹಣವನ್ನು ಹೂಡುತ್ತಾರೆ. 8 ತಿಂಗಳ ನಂತರ A ಯು ಹಣವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆದರೆ 8 ತಿಂಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಲಾಭವನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು?

Note A's investment is only for 4 months and B's investment is for 8 months

Investment ratio of A and B = 4:9

Ratio of their investment period = 4:8

Ratio of profit sharing = $4 \times 4 : 9 \times 8 = 2:9$

ಅವರ ಬಂಡವಾಳದ ಅನುಪಾತ = 4:9

ಅವರು ತೊಡಗಿಸಿದ ಅವಧಿಯ(ತಿಂಗಳ) ಅನುಪಾತ = 4:8

∴ ಲಾಭಾಂಶ ಹಂಚಿಕೆಯ ಅನುಪಾತ = $4 \times 4 : 9 \times 8 = 2:9$

Average (Mean) / ಸರಾಸರಿ

$$\text{Average} = \frac{\text{Sum_of_all_readings}}{\text{Number_of_readings}} = \text{ಎಲ್ಲಾ ಮಾಪನಗಳ ಮೊತ್ತ} \div \text{ಮಾಪನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = \text{ಮೌಲ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತ} \div \text{ಮೌಲ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}$$

Problem 1: The average of five consecutive odd numbers is 41. What is the largest number?

5 ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 41 ಆದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Solution:

Let x be the first odd number, then next 4 consecutive odd numbers are x+2, x+4, x+6, x+8

(For easy calculation we can also take 2 consecutive odd numbers before x and next 2 consecutive odd numbers after x. Then they are x-4, x-2, x, x+2, x+4 and the sum becomes just 5x)

$$\text{Given } \frac{\{x + (x+2) + (x+4) + (x+6) + (x+8)\}}{5} = 41; \frac{5x+20}{5} = 41; \text{ Thus } x=37.$$

Thus 5 consecutive odd numbers are 37, 39, 41, 43, 45.

Largest is 45.

ಮೊದಲ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ x ಆಗಿರಲಿ. ಮುಂದಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x+2, x+4, x+6, x+8

ಈ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5x+20

$$\therefore \frac{5x+20}{5} = 41 \therefore x=37. \text{ ಅತೀ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ } 45(=x+8)$$

Problem 2: On teacher's day sweets are to be distributed equally among 540 children. On that day, because of 135 children were absent; each child got 2 sweets extra. How many sweets was each child supposed to get?

ಶಿಕ್ಷಕರ ದಿನದಂದು 540 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿ ಮಿಠಾಯಿ ಹಂಚಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಅಂದು 135 ಮಕ್ಕಳು ಬಂದಿರಲಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾಗಿ ಉಳಿದ ಮಕ್ಕಳು ತಲಾ 2 ಮಿಠಾಯಿ ಜಾಸ್ತಿ ಪಡೆದರು. ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳು ಬಂದಿದ್ದರೆ ತಲಾ ಎಷ್ಟು ಮಿಠಾಯಿ ಪಡೆಯುತ್ತಿದ್ದರು?

Solution:

Let x be the sweets children were supposed to get

Number of sweets = $540 \times x$

Since 135 were absent, that day's attendance was 405 ($=540-135$)

These 405 children got 2 sweets extra.

Since total number of sweets were same

$$540x = 405(x+2) = 405x + 810$$

$$135x = 810$$

$$\therefore x = 6$$

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವೂ ಪಡೆಯಬೇಕಾಗಿದ್ದ ಮಿಠಾಯಿ x ಆಗಿರಲಿ

$$\therefore \text{ಒಟ್ಟು ಮಿಠಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = 540 \times x \quad \text{-----}(1)$$

$$135 \text{ ಮಕ್ಕಳು ಬರದೇ ಇದ್ದುದರಿಂದ ಅಂದಿನ ಹಾಜರಾತಿ} = 405 (=540-135)$$

$$\text{ಈ } 405 \text{ ಮಕ್ಕಳು ಪಡೆದ ಮಿಠಾಯಿ ತಲಾ 2 ಹೆಚ್ಚಾದುದರಿಂದ ಅಂದು ಹಂಚಿದ ಮಿಠಾಯಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ} = 405(x+2) \quad \text{-----}(2)$$

$$\therefore 540x = 405(x+2) = 405x + 810$$

$$\therefore x = 6$$

Problem 3: The average weight of group of 60 boys was calculated as 42 kg. it was then noticed that weight of one boy was mistakenly taken as 48 kg in stead of 38 kg. What is the correct approximate average weight?

60 ಹುಡುಗರ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ 42 ಕೆ.ಜಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನ ತೂಕ 38 ಕೆ.ಜಿ.ಬದಲು 48 ಕೆ.ಜಿ. ಎಂದು ತಪ್ಪಾಗಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಾಗಿತ್ತು. ಸರಿಯಾದ ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ತೂಕ ಎಷ್ಟು?

Solution:

$$\text{Wrong (old) Average weight} = 42 = \frac{\text{Old_sum_of_weight}}{60}$$

Since weight of one boy was mistakenly increased by 10(48-38)

$$\text{Correct average} = \frac{(\text{Old_sum_of_weight} - 10)}{60} = \frac{\text{Old_sum_of_weight}}{60} - \frac{10}{60} = \text{Old_Average} - \frac{10}{60} = 42 - 0.16 = 41.84$$

Note the short method used here.

$$\text{ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ} = 42 = (\text{ಎಲ್ಲಾ ಹುಡುಗರ ತಪ್ಪಾದ ಒಟ್ಟು ತೂಕ}) \div 60$$

$$\text{ಸರಿಯಾದ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ} = (\text{ಎಲ್ಲಾ ಹುಡುಗರ ತಪ್ಪಾದ ಒಟ್ಟು ತೂಕ} - 10) \div 60$$

$$= (\text{ಎಲ್ಲಾ ಹುಡುಗರ ತಪ್ಪಾದ ಒಟ್ಟು ತೂಕ}) \div 60 - \frac{10}{60} = \text{ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ} - \frac{10}{60} = 42 - 0.16 = 41.84$$

Problem 4: The average attendance for the first 3 days of a week is 325 and for the first 4 days of the same week is 320. How many were present on the 4th day?

ಮೊದಲ 3 ದಿನದ ಸರಾಸರಿ ಹಾಜರಾತಿ 325 ಹಾಗೇ ಮೊದಲ 4 ದಿನದ ಸರಾಸರಿ ಹಾಜರಾತಿ 320 ಆಗಿದ್ದರೆ 4 ನೇ ದಿನದಂದು ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಹಾಜರಿದ್ದರು?

Solution:

$$\text{Total attendance for first 3 days} = 325 \times 3 = 975 = \text{ಮೊದಲ 3 ದಿನಗಳ ಒಟ್ಟು ಹಾಜರಾತಿ ದಿನಗಳು}$$

$$\text{Total attendance for first 4 days} = 320 \times 4 = 1280 = \text{ಮೊದಲ 4 ದಿನಗಳ ಒಟ್ಟು ಹಾಜರಾತಿ ದಿನಗಳು}$$

$$\text{So attendance for 4}^{\text{th}} \text{ day} = 1280 - 975 = 305 = 4 \text{ ನೇ ದಿನದ ಹಾಜರಾತಿ}$$

Problem 5: The average of weight 10 men is increased by 1.5 kg when a man weighing 68 kg is replaced by a new man. Find the weight of new man.

68 ಕೆ.ಜಿ. ತೂಕವಿರುವ ಮನುಷ್ಯನ ಬದಲು ಹೊಸಬನೊಬ್ಬನನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಂಡಾಗ 10 ಜನರ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ 1.5 ಕೆ.ಜಿ ಯಷ್ಟು ಜಾಸ್ತಿ ಆದರೆ ಹೊಸದಾಗಿ ಸೇರಿಸಿಕೊಂಡವನ ತೂಕ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Let us use logic here. When average of weight of 10 men is increased by 1.5 kg, the total weight will increase by 15 kg(1.5×10). Since the man was weighing 68 kg, new man has to be of 83 kg($68 + 15$)
10 ಜನರ ಸರಾಸರಿ ತೂಕ 1.5 ಕೆ.ಜಿ ಯಷ್ಟು ಜಾಸ್ತಿಯಾದರೆ ಆಗ ಎಲ್ಲ ಜನರ ಒಟ್ಟು ತೂಕ 15 ಕೆ.ಜಿ ($= 1.5 \times 10$) ಜಾಸ್ತಿ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಿಂದಿನವನ ತೂಕ 68 ಕೆ.ಜಿ. ಇದ್ದುದರಿಂದ ಹೊಸಬನ ತೂಕ 83 ಕೆ.ಜಿ ($= 68 + 15$)

Problem 6: In an examination it is required to get 380 of the total(Max) marks to pass. A student gets 32% marks and is failed by 76 marks. What are the total marks?

ಪರೀಕ್ಷೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣನಾಗಲು ಒಟ್ಟು 380 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಲೇ ಬೇಕು. ಒಬ್ಬ 32% ಪಡೆದು 76 ಅಂಕಗಳ ಕೊರತೆಯಿಂದ ಅನುತ್ತೀರ್ಣನಾದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಗಾಗಿ ಇರಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು ಎಷ್ಟು?

Solution:

Let x be the total marks in the examination.

Marks obtained by student = $380 - 76 = 304$

If 32% of x is 304 then $x = \frac{304}{32} \times 100 = \frac{38 \times 100}{4} = 950$ (use divisibility test for 8)

x ಪರೀಕ್ಷೆಗಾಗಿ ಇರಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳು ಆಗಿರಲಿ.

ಅನುತ್ತೀರ್ಣನಾದವ ಗಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು = $380 - 76 = 304$

x ನ 32% 304 ಆದರೆ $x = \frac{304}{32} \times 100 = \frac{38 \times 100}{4} = 950$ (8 ರ ಭಾಜ್ಯತೆಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ)

{32% ==→304; 100% ==→?}

Age Related/ ವಯಸ್ಸಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ

Problem 1: The average age of a woman and her daughter is 21 yrs. The ratio of their ages is 5:1. What will be the ratio of their ages after 5 yrs?

ಓರ್ವ ಹೆಂಗಸು ಮತ್ತು ಅವಳ ಮಗಳ ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು 21 ವರ್ಷಗಳು. ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತ 5:1. ವರ್ಷದ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತ?

Solution:

Let x be the age of daughter and hence 5x will be the age of woman

It is given that $\frac{(5x + x)}{2} = 21$

$\therefore 3x = 21$ and hence $x = 7$ and therefore the ages are 35 and 7

After 5 years their ages will be $35+5= 40$ and $7+5=12$

\therefore New ratio = $40:12 = 10:3$

x ಎನ್ನುವುದು ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು ಆಗಿರಲಿ.

\therefore ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು $= 5x$.

ಸರಾಸರಿ ವಯಸ್ಸು $= \frac{(5x + x)}{2} = 21$

$\therefore 3x = 21; x = 7$

ಈಗ ಅವರ ವಯಸ್ಸು 35 ಮತ್ತು 7 ಆಗಿದ್ದು 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅವರ ವಯಸ್ಸು 40 ಮತ್ತು 12 ಆಗುತ್ತದೆ.

ಆಗ ವಯಸ್ಸುಗಳ ಅನುಪಾತ $= 40:12 = 10:3$

Problem 2: At present A is 3 times the age of B. After 7 years A will be twice B's age. How many times A's age will be in another 14 years with respect to B's age then?

ಸದ್ಯ A ಯು B ಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟು ಆಗಿದೆ. 7 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ A ಯ ವಯಸ್ಸು B ಯ ಎರಡರಷ್ಟು. 14 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ A ಯ ವಯಸ್ಸು B ಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಎಷ್ಟರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ.

Solution:

Let 'a' be the age of A and 'b' be the age of B, Then A's age is 3b. After 7 years B's age is b+7 and A's age is 2(b+7)

$$\therefore a+7 = 2b+14. \text{ it is also given that } a=3b$$

$$\therefore 3b+7 = 2b+14$$

$$\therefore b=7$$

Thus at present B's age is 7 and A's age is 21.

After 7 years B's is 14 and A's 28.

After another 14 years B's is 28 and A's 42

Therefore then A's age is 1.5 times B's

A ಯ ವಯಸ್ಸು a ಮತ್ತು B ಯ ವಯಸ್ಸು b ಆಗಿರಲಿ.

$$\therefore A \text{ ಯ ವಯಸ್ಸು } 3b.$$

7 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ B ಯ ವಯಸ್ಸು b+7 ಮತ್ತು A ಯ ವಯಸ್ಸು 2(b+7)

$$\therefore a+7 = 2b+14$$

$$\therefore 3b+7 = 2b+14 (\because a=3b)$$

$$\therefore b=7$$

ಈಗ B ಯ ವಯಸ್ಸು 7 ಹಾಗಾಗಿ ಈಗ ಮತ್ತು A ಯ ವಯಸ್ಸು 21. 7 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅದು 14 ಮತ್ತು 28 . ಇನ್ನೂ 14 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ B ಯ ವಯಸ್ಸು 28 ಮತ್ತು A ಯ ವಯಸ್ಸು 42. ಹೀಗಾಗಿ A ಯ ವಯಸ್ಸು B ಯ ವಯಸ್ಸಿನ 1.5 ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ.

Problem 3: A father's age is 3 years more than thrice the age of his son. 3 years later, the father will be 10 years more than twice the age of his son. Currently, what is the ratio of their ages?

ಓರ್ವ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 3 ವರ್ಷ ಹೆಚ್ಚು. 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 10 ಹೆಚ್ಚು ಆಗುತ್ತದೆ. ಈಗ ಅವರ ವಯಸ್ಸಿನ ಅನುಪಾತ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Let 's' be the age of son and 'f' be the age of the father

It is given $f=3s+3$ ----(1)

$f+3= 10+2(s+3) \Rightarrow$ (After 3 years)

$\therefore f= 10+2s+6-3 = 2s+13$ --- (2)

From (1) & (2)

$f=3s+3= 2s+13 \Rightarrow s=10, f=33, 33:10$

ಮಗನ ವಯಸ್ಸು s ಮತ್ತು ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸು f ಆಗಿರಲಿ

$f=3s+3$ ----(1)

$f+3= 10+2(s+3) \Rightarrow$ (3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ)

$\therefore f= 10+2s+6-3 = 2s+13$ --- (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$f=3s+3= 2s+13 \therefore s=10, f=33,$
33:10

Simple Interest / ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ

$$SI(\text{ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ}) = \frac{P * T * R}{100}$$

Where P= Principal (Amount)(ಅಸಲು), T= Term (normally years)(ಅವಧಿ), R= Rate of interest(ಬಡ್ಡಿಯ ದರ)

$$P = \frac{100 * SI}{T * R}; T = \frac{100 * SI}{P * R}; R = \frac{100 * SI}{P * T}$$

Problem 1: The simple interest accrued in 9 years on a principal of Rs 24250 is 162% of Principal. What is the rate of interest% per annum?

ಅಸಲು ರೂ 24250 ರ ಮೇಲೆ 9 ವರ್ಷಕ್ಕೆ ಸರಳಬಡ್ಡಿ ಅಸಲಿನ 162% ರಷ್ಟಾದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Here P= 24250, T=9, SI = $\frac{162}{100} * 24250$; R=?

$$\frac{162}{100} * 24250 = \frac{24250 * 9 * R}{100} \text{ (By formula } SI = \frac{P * T * R}{100} \text{)}$$

$$\therefore 162 = 9R$$

$$R = 18\%$$

Problem 2: A sum of money doubles itself in 8 years. What is the rate of simple interest?

ಅಸಲು 8 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಇಮ್ಮಡಿಯಾದರೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Here T=8, SI=P (Money doubles means>> interest=Principle)

ಅಸಲು ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಅಂದರೆ ಬಡ್ಡಿಯು ಅಸಲಿಗೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ

$$SI = \frac{P * 8 * R}{100} = P$$

$$\frac{100}{8} = R = 12.5\%$$

Problem 3 : The simple interest on a sum of money is $\frac{1}{16}$ of the principal and the number of years is equal to the rate per cent per annum. What is the rate per annum?

ಒಂದು ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ ಸರಳಬಡ್ಡಿಯು ಅಸಲಿನ $\frac{1}{16}$ ರಷ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಅವಧಿಯು ಬಡ್ಡಿಯದರಕ್ಕೆ ಸಮವಾದರೆ ಬಡ್ಡಿಯ ದರ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Given : $SI = P * \left(\frac{1}{16}\right) ; T=R$

$$SI = \frac{P * T * R}{100} \text{ (Formula)}$$

$$P * \left(\frac{1}{16}\right) = \frac{P * R * R}{100}$$

$$\frac{100}{16} = R^2 = \frac{10 * 10}{4 * 4}$$

$$R = \frac{10}{4} = 2.5\%$$

A Project of www.eShale.org

Compound Interest (CI) / ಚಕ್ರ ಬಡ್ಡಿ

$$\text{Amount Receivable (A)} = P\left\{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T\right\} \text{ and } \text{Compound Interest(CI)} = P\left\{\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1\right\}$$

Notes:

1. When $T=1$, $CI = SI$
2. When interest is compounded quarterly, ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು 3 ತಿಂಗಳಿಗೊಮ್ಮೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ:-

$$T = 4*n \text{ and } R = \frac{R}{4}; \text{ Then } CI = P\left\{\left(1 + \frac{R}{400}\right)^{4n} - P\right\}$$

Simplified Formula:

$$1. \text{ When } T = 2 \text{ Then } A (=P+CI) = P + \frac{P*R^2}{100^2} + \frac{2P*R}{100} \quad \text{---}\rightarrow \text{Applied formula for } (a+b)^2$$

$$2. \text{ When } T = 3 \text{ Then } A (=P+CI) = P + \frac{P*R^3}{100^3} + \frac{3P*R^2}{100^2} + \frac{3P*R}{100} \quad \text{---}\rightarrow \text{Applied formula for } (a+b)^3$$

Problem 1: What is the Compound interest on an amount of 18000 at the end of 3 years at the rate of 10%

10% ಬಡ್ಡಿಯದರದಂತೆ ರೂ 18000 ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಸಿಗುವ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Here $P = 18000$ $T=3$, $R=10$

$$CI = 18000\left\{\left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 - 1\right\}$$

$$= 18000\left\{\left(\frac{11*11*11}{10*10*10}\right) - 1\right\}$$

$$= 18000 * (11*11*11/1000 - 1)$$

$$= 18000 * \frac{(121*11 - 1000)}{1000}$$

$$= 18 * (1331 - 1000) = 18 * 331 = (330 + 1) * 18 = 5940 + 18 = 5958$$

Note: Use 2nd formula to cross check if above answer is correct or not.

Problem 2: The difference between compound interest and simple interest on an amount for 2 years at 5% per annum is Rs 12.50. What is the amount?

ಒಂದು ಅಸಲಿನ ಮೇಲೆ 5% ಬಡ್ಡಿದರದಂತೆ 2 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿ ಮತ್ತು ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಲ್ಲಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ರೂ. 12.50 ಆದರೆ ಅಸಲು ಎಷ್ಟು?

Solution:

Here T=2 and R=5 and we need to find P when CI-SI= 12.50(CI>SI)

$$CI-SI = P \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - 1 \right] - \frac{P * T * R}{100}$$

$$= P \left\{ \left[\left(1 + \frac{5}{100}\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right) - 1 \right] - 2 * \frac{5}{100} \right\}$$

$$= P \left\{ \left(\frac{21}{20} * \frac{21}{20} - 1 - \frac{1}{10} \right) \right\}$$

$$= P \left\{ \left(\frac{441}{400} - 1 - \frac{1}{10} \right) \right\} = P \left\{ \frac{(441 - 400 - 40)}{400} \right\} = \frac{P}{400} = 12.50(\text{Given})$$

$$\therefore P = 12.50 * 400 = 5000$$

Let us use the below mentioned first formula to cross check the answer:

$$1. \text{ Formula for P (When period is 2 Years) } = \frac{(CI - SI) * 100^2}{R^2} = \frac{12.50 * 100^2}{5^2} = \frac{12.50 * 100 * 100}{25} = 5000$$

$$2. \text{ Formula for P (When period is 3 Years) } = \frac{(CI - SI) * 100^3}{R^3 + 300R^2}$$

People, time and work / ಜನರು, ಸಮಯ, ಕೆಲಸ

Problem 1: 12 men can complete the work in 56 days. In how many days can 32 men complete the work?

ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 12 ಜನರು 56 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಹುದಾದರೆ, 32 ಜನರು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

Solution : (Using logic and not formula)

To complete the work number of 'man/person' days required are $56*12$. (We will not simplify here)

32 men will require same number of man/person days to complete the work

So number of days required by 32 men are $= \frac{56*12}{32} = 7*3 = 21$ days (note time saved)

ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತಗಲುವ 'ಮನುಷ್ಯ ದಿನ'ಗಳು $= 56*12$ (=ಒಬ್ಬನೇ ಕೆಲಸಮಾಡಿದರೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳು)

32 ಜನರು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಅಷ್ಟೇ 'ಮನುಷ್ಯ ದಿನ'ಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ.

\therefore 32 ಜನರು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳು $= \frac{56*12}{32} = 7*3 = 21$

Problem 2: 15 persons can fill 35 boxes in 7 days. How many persons are required to fill 65 boxes in 5 days

15 ಜನರು 35 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು 7 ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ 65 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು 5 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಜನರು ಬೇಕು?

Solution: Consider filling of 35 boxes as a 'job'

To do that 'job' number of 'man days' required are $15*7$

Same number of 'man days' is required to do that job in 5 days

So number of people required to do that 'job' in 5 days $= \frac{15*7}{5} = 21$ men

Since the 'job' is filling of 35 boxes

To do filling 35 boxes number of people required = 21

To do filling of 65 boxes we require $= \frac{21}{35} * 65 = 39$ men

35 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸುವುದು ಒಂದು 'ಕೆಲಸ' ಎಂದಾದರೆ ಆ ಕೆಲಸಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ 'ಮನುಷ್ಯ ದಿನ'ಗಳು $= 15*7$

5 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಆ 'ಕೆಲಸ' ವನ್ನು ಮುಗಿಸಬೇಕಾದರೆ ಬೇಕಾಗುವ ಜನರು $= \frac{15*7}{5} = 21$

35 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಜನರು = 21; \therefore 65 ಡಬ್ಬವನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ಜನರು $= \frac{21}{35} * 65 = 39$

Problem 3:

50 people can complete a work in 40 days. In how many days can 100 people with twice the efficiency complete the same work?

ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 50 ಜನರು 40 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು ದಕ್ಷತೆ ಇರುವ 100 ಜನರು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

Solution:

To complete the work, man days required are 50×40

When 100 people will be working, man days required are $= \frac{50 \times 40}{100} = 20$ days

Since people are twice efficient, days required are 10 days $(= \frac{20}{2})$

ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ 'ಮನುಷ್ಯ ದಿನ'ಗಳು $= 50 \times 40$

ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 100 ಜನರು ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು $= \frac{50 \times 40}{100} = 20$

ಜನರು ಎರಡರಷ್ಟು ದಕ್ಷತೆಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು $= \frac{20}{2} = 10$

Formula: $\frac{N_1 * D_1 * R_1 * E_1}{W_1} = \frac{N_2 * D_2 * R_2 * E_2}{W_2}$

N_1, N_2 = No of workers; ಕೆಲಸಗಾರರು

D_1, D_2 = Time (days, hours..).ಸಮಯ

R_1, R_2 = Rate of worker or Rate of Machine, ಕೆಲಸಗಾರನ ಮಜೂರಿ,ಯಂತ್ರದ ಬೆಲೆ(ಗಂಟೆಗಳ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿರಬಹುದು)

E_1, E_2 = Efficiency of worker or Efficiency of Machine ($E_1=E_2 =1$ when not specified)/ಸಾಮರ್ಥ್ಯ/ಶಕ್ತಿ

W_1, W_2 = Amount of work done or quantum of resources available/ಕೆಲಸ

Problem 4: 12 men can complete the work in 56 days. In how many days can 32 men complete the work?

ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 12 ಜನರು 56 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಹುದಾದರೆ, 32 ಜನರು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

Solution: Let x be the number of days required./ x ಎನ್ನುವುದು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ.

$$\frac{N_1 * D_1 * R_1 * E_1}{W_1} = \frac{N_2 * D_2 * R_2 * E_2}{W_2} \quad (\text{Note: } W_1 = W_2)$$

$$12 * 56 = 32 * x$$

$$\therefore x = \frac{12 * 56}{32} = 3 * 4 * 7 * 8 / 8 * 4 = 21 \text{ days}$$

Problem 5: 15 persons can fill 35 boxes in 7 days. How many persons are required to fill 65 boxes in 5 days

15 ಜನರು 35 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು 7 ದಿನಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ 65 ಡಬ್ಬಗಳನ್ನು 5 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಜನರು ಬೇಕು?

Solution:

Let x be the number of persons required to fill 65 boxes/ x ಎನ್ನುವುದು ಬೇಕಾಗುವ ಜನರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ.

$$\frac{N_1 * D_1 * R_1 * E_1}{W_1} = \frac{N_2 * D_2 * R_2 * E_2}{W_2}$$

$$\frac{15 * 7}{35} = \frac{x * 5}{65}$$

$$\therefore x = \frac{15 * 7 * 65}{35 * 5} = 39 \text{ men}$$

Problem 6: 50 people can complete a work in 40 days. In how many days can 100 people with twice the efficiency complete the same work?

ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 50 ಜನರು 40 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು ದಕ್ಷತೆ ಇರುವ 100 ಜನರು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು?

Here $E_1 = 1$ and $E_2 = 2$ Let x be the number of days required to complete the work
 x ಎನ್ನುವುದು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ.

$$\frac{N_1 * D_1 * R_1 * E_1}{W_1} = \frac{N_2 * D_2 * R_2 * E_2}{W_2} \quad (\text{Note: } W_1 = W_2) \quad (\text{ಕೆಲಸ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ})$$

$$\therefore 50 * 40 * 1 = 100 * x * 2$$

$$x = \frac{5 * 4}{2} = 10 \text{ days.}$$

Problem 7: 6 women can do a job in 10 days. 10 children take 15 days to do that job. How many days will 6 women and 10 children together can do that job?

ಒಂದು ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 6 ಹೆಂಗಸರಿಗೆ 10 ದಿನಗಳು ಬೇಕು. ಅದೇ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 10 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 15 ದಿನಗಳು ಬೇಕು. 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 15 ಮಕ್ಕಳು ಸೇರಿ ಅದೇ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕು.

6 women to do a job in 10 days.; Hence work done by 6 women in 1 day = $\frac{1}{10}$ th of the job.

10 children do the same job in 15 days.; Hence work done by 10 children in 1 day = $\frac{1}{15}$ th of job

Hence work done by both together in 1 day = $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30}$ (30 is LCM of 10 and 15) = $\frac{1}{6}$ th of the job.

To do $\frac{1}{6}$ th of the job days required = 1; \therefore To do complete job they require $1 \div \frac{1}{6}$ days = 6 days.

6 ಹೆಂಗಸರಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 10 ದಿನಗಳು ಬೇಕು.; 6 ಹೆಂಗಸರು 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ, ಕೆಲಸದ $\frac{1}{10}$ ರಷ್ಟು.

10 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 15 ದಿನಗಳು ಬೇಕು.; 10 ಮಕ್ಕಳು 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ, ಕೆಲಸದ $\frac{1}{15}$ ರಷ್ಟು.

\therefore 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 10 ಮಕ್ಕಳು 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ ರಷ್ಟು.

$\frac{1}{6}$ ರಷ್ಟರ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನ = 1 \therefore ಕೆಲಸ ಪೂರ್ತಿ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು = $1 \div \frac{1}{6} = 6$

Problem 8: A and B Together can do a work in 4 Days. A alone can do that work in 12 days. In how many days can B alone do that work?

A ಮತ್ತು B ಜೊತೆಯಾಗಿ ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. A ಒಬ್ಬನೇ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ B ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು?

Solution:

A can do the work in 12 days; hence in 1 day he can do $\frac{1}{12}$ th of the work

Let B alone can do that work in x days. ; Hence in 1 day B can do $(\frac{1}{x})$ th of work

In 1 day A and B Together can do $\frac{1}{12} + \frac{1}{x}$ of work = $\frac{(x+12)}{12x}$

To do $\frac{(x+12)}{12x}$ work both together will require 1 day

To complete the work both together will require = $1 \div \frac{(x+12)}{12x} = \frac{12x}{x+12}$ which is given to be 4 days

$\therefore \frac{12x}{x+12} = 4$; $12x = 4x+48$ (cross multiplication); $8x = 48$; $x = 6$ Thus B can alone do that work in 6 days.

A ಒಬ್ಬನೇ 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು; \therefore ಅವನು 1 ದಿನದಲ್ಲಿ $\frac{1}{12}$ ರಷ್ಟು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು.

B ಒಬ್ಬನೇ x ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲವನು ಆಗಿರಲಿ; \therefore ಅವನು 1 ದಿನದಲ್ಲಿ $\frac{1}{x}$ ರಷ್ಟು ಕೆಲಸವನ್ನು ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು.

\therefore ಇಬ್ಬರೂ ಸೇರಿ 1 ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ = $\frac{1}{12} + \frac{1}{x}$ ರಷ್ಟು = $\frac{(x+12)}{12x}$;

$\frac{(x+12)}{12x}$ ರಷ್ಟು ಕೆಲಸಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನ = 1

\therefore ಪೂರ್ತಿ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಬೇಕಾಗುವ ದಿನಗಳು = $1 \div \frac{(x+12)}{12x} = \frac{12x}{x+12}$ (ಇದು 4 ದಿನಗಳು ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ)

$\therefore \frac{12x}{x+12} = 4$; $12x = 4x+48$; $8x = 48$; $x = 6$; B ಯು ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು 6 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು.

Formula : ಸೂತ್ರ

Suppose A can finish a job in 'm' units (Days, Hours, Months..) of time and B can finish the same job in 'n' units of time. Then time taken by both A and B together to complete the same work = $t = \frac{mn}{m+n}$

A ಯು m ಕಾಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ(ದಿನ,ಗಂಟೆ,ತಿಂಗಳು...) ಒಂದು ಕೆಲಸಮುಗಿಸಲಿ. B ಯು ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು n ಕಾಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲವನಾದರೆ ಇಬ್ಬರೂ ಸೇರಿ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು $\frac{mn}{m+n} = t$ ಕಾಲಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು.

Problem 9: 6 women can do a job in 10 days. 10 children take 15 days to do that job. How many days will 6 women and 10 children together can do that job?

ಒಂದು ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 6 ಹೆಂಗಸರಿಗೆ 10 ದಿನಗಳು ಬೇಕು. ಅದೇ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು 10 ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 15 ದಿನಗಳು ಬೇಕು. 6 ಹೆಂಗಸರು ಮತ್ತು 15 ಮಕ್ಕಳು ಸೇರಿ ಅದೇ ಕೆಲಸ ಮುಗಿಸಲು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕು.

Solution:

$$t = \frac{10 \times 15}{10 + 15} = \frac{150}{25} = 6 \text{ days}$$

Problem 10: A and B Together can do a work in 4 Days. A alone can do that work in 12 days. In how many days can B alone do that work?

A ಮತ್ತು B ಜೊತೆಯಾಗಿ ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. A ಒಬ್ಬನೇ ಆ ಕೆಲಸವನ್ನು 12 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು. ಹಾಗಿದ್ದರೆ B ಒಬ್ಬನೇ ಅದೇ ಕೆಲಸವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲನು?

Solution:

Let 't' be the time taken by B alone to do that work.

't' ಎನ್ನುವುದು ಒಬ್ಬನೇ ಕೆಲಸಮಾಡಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳಾಗಿರಲಿ.

$$4 = \frac{12t}{12+t}$$

$$48 + 4t = 12t$$

$$48 = 8t$$

$$t = 6$$

Filling of water/liquid and emptying / ಕೊಳವೆ ಮೂಲಕ ದ್ರವವನ್ನು ತುಂಬಿಸುವುದು/ಖಾಲಿ ಮಾಡುವುದು

A pipe can fill a tank in x hours. ; Then part filled by it in 1 hour = $\frac{1}{x}$

If another pipe takes y hours to fill the tank then part filled by both of them in 1 hour = $(\frac{1}{x} \pm \frac{1}{y}) = \frac{y \pm x}{xy}$

(- y to be used when the pipe empties the tank in y hours); \therefore Time taken to fill the tank = $\frac{xy}{y \pm x}$

Note, we use the same formula when more than 1 person is involved in a work.

ಒಂದು ಕೊಳವೆಯು ಟ್ಯಾಂಕ್ ಒಂದನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದು ಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ x ಆಗಿರಲಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಕೊಳವೆಯು ಅದನ್ನು ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ y ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ, ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ್ನು ಎರಡೂ ಸೇರಿ ತುಂಬಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = $\frac{xy}{y \pm x}$ (ಕೊಳವೆ ಖಾಲಿ ಮಾಡುವಂತಿದ್ದರೆ - y ಎಂದು ನಮೂದಿಸಿ).

Problem 1: 2 Pipes can fill a tank in 36 and 45 hours. If they are operated simultaneously, how much time will it take to fill the tank?

2 ಪೈಪ್ ಗಳು ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ್ನು 36 ಮತ್ತು 45 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬಿಸಬಲ್ಲವು. ಎರಡೂ ಪೈಪ್ ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬಿಟ್ಟರೆ ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ಬೇಕು?

Solution:

Time taken to fill the tank = $\frac{xy}{y \pm x} = \frac{45 * 36}{81} = 5 * 4 = 20$ hours

Problem 2: 2 pipes fill a water tank in 10 and 12 hours respectively and a third pipe empties the tank in 20 hours. If all the 3 pipes operate simultaneously, how much time will it take to fill the tank?

2 ಪೈಪ್ ಗಳು ಒಂದು ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ್ನು ತುಂಬಲು 10 ಮತ್ತು 12 ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. 3 ನೇ ಪೈಪ್ ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡಲು 20 ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಮೂರೂ ಪೈಪ್ ಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬಿಟ್ಟರೆ ಟ್ಯಾಂಕ್ ತುಂಬಲು ಎಷ್ಟು ಸಮಯ ಬೇಕು?

Solution:

Part filled in 1 hour = $(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{20}) = \frac{(6+5-3)}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$; 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಂಕ್ ನ ತುಂಬುವ ಭಾಗ = $(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{20}) = \frac{2}{15}$ ರಷ್ಟು

Time taken to fill the tank = $\frac{15}{2}$ hours = 7 hours 30 minutes

Speed / ವೇಗ

$$\frac{\text{Distance_Covered}}{\text{Speed}} = \text{time} = \text{ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ} \div \text{ವೇಗ} = \text{ಸಮಯ}$$

Problem 1: A person travels a distance at the rate of 10 km/h while going and returns to the original point by travelling at the rate of 15 km/h. what is the average speed?

ಓರ್ವನು ಒಂದು ಸ್ಥಳವನ್ನು ತಲುಪಲು 10 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲೂ, ಅದೇ ಸ್ಥಳಕ್ಕೆ ಹಿಂತಿರುಗಲು 15 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲೂ ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Common mistake done here is calculating it to be $\frac{(10+15)}{2} = 12.5$ km/h (**Wrong answer**)

We forget to notice that distance travelled is twice the one way distance.

$$\frac{\text{Distance}}{\text{Speed}} = \text{time}$$

Let t1 and t2 be the time taken to cover same distance 'd'

$$\text{Then } t_1 = \frac{d}{10} \text{ and } t_2 = \frac{d}{15};$$

$$\therefore \text{Total time taken} = (t_1 + t_2) = \left(\frac{d}{10} + \frac{d}{15}\right) = \frac{3d + 2d}{30} = \frac{1}{6}d$$

$$\text{Average speed} = \text{total distance covered} / \text{total time taken} = 2d \div \frac{1}{6}d = 12 \text{ kmh}$$

Formula: If distance travelled is same then the formula for average speed $= 2 * \frac{\text{Speed1} * \text{Speed2}}{(\text{Speed1} + \text{Speed2})}$

$$= 2 * \frac{10 * 15}{25} = 12 \text{ kmh}$$

ಸೂತ್ರ: ಬೇರೆ ಬೇರೆ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ ಒಂದೇ ಇದ್ದರೆ ಆಗ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ $= 2 * \frac{\text{Speed1} * \text{Speed2}}{(\text{Speed1} + \text{Speed2})}$

$$\text{ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ ವೇಗ} = 2 * \frac{10 * 15}{25} = 12 \text{ ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ}$$

Problem 2: A goes to school at a speed of 3 kmh and returns to the village at 7 kmh. If he takes 3 hours in all what is the distance from school to village?

A ಯು ಶಾಲೆಗೆ 3 ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹೋಗಿ,ವಾಪಾಸು ಹಳ್ಳಿಗೆ 7 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಹಿಂತಿರುಗಲು ಒಟ್ಟು 3 ಗಂಟೆ ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಶಾಲೆ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ ಇದೆ?

$$\text{Average speed (ಸರಾಸರಿ ವೇಗ)} = 2 * \frac{3*7}{(3+7)} = \frac{42}{10} = 4.2 \text{ kmh}$$

$$\text{Time} = 3 \text{ hrs} \quad \therefore \text{distance} = 4.2 * 3 = 12.6 \text{ km}$$

Problem 3: If A and B are 20 km apart. A can walk at the average speed of 4 kmh. B at an average speed of 6 kmh. If they start at 8 am, in opposite directions when will they meet?

A ಮತ್ತು B ಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 20 ಕಿ.ಮೀ. A ಯು 4 ಸರಾಸರಿ ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು B ಯು ಸರಾಸರಿ 6 ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬಲ್ಲರು. ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 8 ಗಂಟೆಗೆ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಅವರು ನಡೆದರೆ ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಗೆ ಅವರು ಮುಖಾಮುಖಿಯಾಗುತ್ತಾರೆ?

Solution:

A-----><-----B

<---- 4t----><-----6t----- >

Let them walk 't' hours.

Distance travelled by A in 't' hours = t*4

Distance travelled by B in 't' hours = t*6

Total distance = Distance travelled by A+ Distance travelled by B

$$20 = 4t + 6t = 10t$$

$$\therefore t = 2, \text{ so they meet at 10 AM}$$

ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 8 ಗಂಟೆಯ ನಂತರ ಅವರುಗಳು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 't' ಗಂಟೆಯಷ್ಟು ನಡೆಯಲಿ.

$$\text{A ಯು 't' ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ} = t * 4 = 4t$$

$$\text{B ಯು 't' ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ} = t * 6 = 6t$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ನಡೆದ ದೂರ} = 20 = (\text{A ಯು 't' ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ}) + (\text{B ಯು 't' ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ}) = 4t + 6t = 10t$$

∴ t=2, ಅವರು 10 AM ಗಂಟೆಗೆ ಮುಖಾಮುಖಿಯಾಗುತ್ತಾರೆ.

Problem 4: in one hour boat goes 11 km along the stream and 5 km against the stream. What is the speed of boat in still water?

ಒಂದು ದೋಣಿಯು ನೀರಿನ ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 11 ಕಿ.ಮೀ. ಮತ್ತು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 5 ಕಿ.ಮೀ. ಚಲಿಸಿದರೆ. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅದರ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Note: While going along the stream. Speed of stream helps the boat to go fast. While against the stream, the speed of stream slows down the boat

We will use more of logic here.

Boat speed+ Stream speed = 11

Boat speed- Stream speed = 5

2* (Boat speed) = 16

∴ Boat speed = 8 kmph

∴ Stream speed = 3 kmph

ದೋಣಿಯ ವೇಗದ ಜೊತೆಗೆ, ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗವನ್ನೂ ನಾವು ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು

ದೋಣಿಯ ವೇಗ+ ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ= 11 -----(1)

ದೋಣಿಯ ವೇಗ- ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ= 5 -----(2)

ಮೇಲಿನ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗ

ದೋಣಿಯ ವೇಗ = 8 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ.

ಪ್ರವಾಹದ ವೇಗ = 3 ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ.

Problem 5: A truck covers a distance in 12 hrs at the speed of 70 kmph. What is the speed of car which travels a distance 120 km **more** in **same time**?

ಒಂದು ಲಾರಿಯು 70ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ ವೇಗದಲ್ಲಿ 12 ಗಂಟೆ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರು 120 ಕಿ.ಮೀ. ಜಾಸ್ತಿ ದೂರ ಕ್ರಮಿಸಿದರೆ ಆ ಕಾರಿನ ವೇಗ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Distance covered by truck = time*speed= 12*70 = 840 KM \leftarrow ಲಾರಿ ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ

Distance covered by car = 840 KM+ 120 KM = 960 KM \leftarrow ಕಾರು ಕ್ರಮಿಸಿದ ದೂರ

Speed of car = $\frac{\text{Distance}}{\text{Time}} = \frac{960}{12} = 80 \text{ kmph}$ \leftarrow ಕಾರಿನ ವೇಗ.

Speed of train (ಟ್ರೈನ್ ನ ವೇಗ)

Speed = $\left(\frac{\text{Length_of_the_train} + \text{Length_of_the_platform}}{\text{Time_taken_to_cross}} \right) = (\text{ಟ್ರೈನ್ ನ ಉದ್ದ} + \text{ರೈಲ್ವೇ ಪ್ಲಾಟ್ ಫಾರ್ಮ್ ನ ಉದ್ದ}) \div \text{ದಾಟಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ}$

Problem 6: A 235m long train crosses a 65m platform in 20s. What is the speed in kmh?

235 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಟ್ರೈನ್ 65 ಮೀ.ಪ್ಲಾಟ್ ಫಾರ್ಮ್ ನ್ನು 20ಸೆ. ನಲ್ಲಿ ಹಾದುಹೋದರೆ, ಟ್ರೈನ್ ವೇಗ ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Train speed = $\frac{235 + 65}{20}$ meter per sec= 15 meter per sec= 15*60*60 meter per hour= 54000 meter per hour
= 54 kmph

Permutation/Arrangements/ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು/ಕ್ರಮಬದ್ಧ ಜೋಡಣೆ

Notations:

$n! = 1*2*3*4*5... n$ (!- is called factorial)

$3! = 3*2*1=6$

$4! = 4*3*2*1= 4*3!=24$

$n! = n*(n-1)!$

$1! = 1$

$0! = 1$ (By definition)

$\frac{6!}{4!} = \frac{6*5*4!}{4!} = 6*5=30$

Let **A** and **B** be students in a class. How many ways can we ask them to stand in a line?

(**AB**), (**BA**). We have totally 2 ways of doing it.

Let **A**, **B** and **C** be students in a class. How many ways can we ask them to stand in a line?

(**ABC**, **ACB**), (**BAC**, **BCA**), (**CAB**, **CBA**). We have 6 different ways which is = 3!

The number of arrangements that can be done with 'n' objects taken all of them at the same time is n!

A ಮತ್ತು **B** ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಹುಡುಗರಾಗಿರಲಿ, ಅವರನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಲು ಯಾವ ರೀತಿ ಹೇಳಬಹುದು? (**AB**), (**BA**) - ಎರಡು ವಿಧದಲ್ಲಿ

A, **B** ಮತ್ತು **C** ಒಂದು ತರಗತಿಯ ಹುಡುಗರಾಗಿರಲಿ, ಅವರನ್ನು ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲಲು ಯಾವ ರೀತಿ ಹೇಳಬಹುದು?

(**ABC**, **ACB**), (**BAC**, **BCA**), (**CAB**, **CBA**).- 6 ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ, ಅದೇ 3!

Problem 1: In how many different ways can the letters of word 'LIKE' be arranged?

ಎಷ್ಟು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ 'LIKE' ಪದವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 4 ಅಕ್ಷರದ ಪದಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

Solution:

= $4! = 4*3*2*1 = 24$ ways

Problem 2: In how many different ways can the letters of word 'BABY' be arranged?

ಎಷ್ಟು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ 'BABY' ಪದವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 4 ಅಕ್ಷರದ ಪದಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

If your answer is 24 then it is wrong. Right answer is 12

ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರ = 24! ಎಂದಾದರೆ ಅದು ತಪ್ಪು. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ = 12. ಮುಂದೆ ವಿವರಣೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

Formula: If among n objects, a_1, a_2, \dots, a_k number of objects are alike, then number of arrangements that can be made = $\frac{n!}{a_1! * a_2! * a_3! * a_4! \dots a_k!}$

Solution:

Since letter B repeats 2 times, from the word 'BABY' we can make $\frac{4!}{2!} = 12$ different 4 lettered words

ಸೂತ್ರ:

n ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಸ್ತುಗಳಲ್ಲಿ a_1, a_2, \dots, a_k ವಸ್ತುಗಳು ಒಂದೇ ತೆರನಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಆಗ ಪಡೆಯಬಹುದಾದ ವಿವಿಧ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು = $\frac{n!}{a_1! * a_2! * a_3! * a_4! \dots a_k!}$

ಆದುದರಿಂದ 'BABY' ಪದದಲ್ಲಿ 'B' ಎರಡು ಬಾರಿ ಇರುವುದರಿಂದ $\frac{4!}{2!} = 12$ ವಿಭಿನ್ನ ಜೋಡಣೆಗಳು ಸಾಧ್ಯ

Problem 3: In how many different ways letters in the word 'LETTER' can be formed?
ಎಷ್ಟು ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ 'LETTER' ಪದವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 6 ಅಕ್ಷರದ ಪದಗಳಾಗಿ ಜೋಡಿಸಬಹುದು?

Solution: Total no of letters = 6, E repeats twice and 'T' Repeats twice

Number of ways = $\frac{6!}{2! * 2!} = \frac{6 * 5 * 4 * 3 * 2}{4} = 180$ ways

Problem 4: In how many ways can 6 students be seated on 6 seats?
6 ಕುರ್ಚಿಗಳಲ್ಲಿ 6 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೂಡಿಸಬಹುದು?

Solution: It is $6! = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 = 720$

In the above examples we considered cases where we chose to arrange all 'n' objects out of total of 'n' objects. If we decide to choose 'r' (r < n) number of objects then the formula changes

No of ways of arranging 'n' objects by taking 'r' objects at a time = ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳಲ್ಲಿ 'n' ನ ಎಲ್ಲಾ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸಿದ್ದೆವು. ಎಲ್ಲಾ 'n' ನ ಬದಲು ಒಮ್ಮೆಗೆ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ 'r' (r < n) ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸೂತ್ರ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ.

'n' ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 'r' ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮವಿಧಾನಗಳು = ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

Problem 5: How many 3 digit numbers can be formed using 0,1,2,3?

0,1,2,3 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಎಷ್ಟು 3 ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು?

Solution:

Number of 3 digit numbers that can be formed from given 4 digits = ${}_4P_3 = \frac{4!}{1!} = 4*3*2 = 24$ (\because 'n'=4; 'r'=3)

Note this number includes 3 digit numbers such as 023,032,012... which we should not consider.

With '0' as the first digit and by using remaining digits (1, 2, 3), number of 2-digit numbers we can make

$= {}_3P_2 = 3! = \frac{3!}{1!} = 3*2 = 6$. (\because 'n'=3; 'r'=2)

Thus the correct and meaningful answer = 24-6=18.

ಇಲ್ಲಿ 'n'=4; 'r'=3 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ 4 ಅಂಕಗಳಿಂದ ಮಾಡಬಹುದಾದ 3 ಅಂಕಗಳಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು = ${}_4P_3 = \frac{4!}{1!} = 4*3*2 = 24$

ಆದರೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 0 ಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗುವ 023,032,012... ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಸೇರಿರುತ್ತವೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಾರದು.

0 ಯಿಂದ ಆರಂಭವಾಗಿ ಉಳಿದ 3 ಅಂಕಗಳಿಂದ (1,2,3) ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ 2 ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು = ${}_3P_2 = 3! = \frac{3!}{1!} = 3*2 = 6$. (\because 'n'=3; 'r'=2)

\therefore ಸರಿಯಾದ ಹಾಗೂ ಅರ್ಥಪೂರ್ಣ ಉತ್ತರ = 24-6=18.

Combination/ವಿಕಲ್ಪಗಳು

Question 1: A, B and C are students in a class. How many ways can we take photos with 2 of them in a frame?

Answer: Though there are ${}_3P_2=3*2=6$ arrangements possible, we only have 3 unique combinations ($\because AB=BA, BC=CB, CA=AC$). This is denoted by ${}_3C_2$

ಪ್ರಶ್ನೆ: A, B ಮತ್ತು C ಎನ್ನುವವರು ಮೂವರು ಹುಡುಗರು. ಅವರಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಒಂದೇ ಫ್ರೇಮ್ ನಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ವಿಧವಾಗಿ ಫೋಟೋ ತೆಗೆಯಬಹುದು?

ಉತ್ತರ: ${}_3P_2=3*2=6$ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು ಇದ್ದರೂ ಅದ್ವಿತೀಯ ವಿಧವಾಗಿ 3 ಫೋಟೋ ಮಾತ್ರ ತೆಗೆಯಬಹುದು ($\because AB=BA, BC=CB, CA=AC$). ಇದನ್ನೇ ನಾವು ${}_3C_2$ ರೀತಿಯಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

Question 2: A, B and C are students in a class. How many ways can we take photos with 3 of them in a frame?

Answer: Though there are ${}_3P_3=3*2=6$ arrangements possible, we have only 1 unique combination ($\because ABC=ACB=CAB=CBA=BAC=BCA$). This is denoted by ${}_3C_3$

ಪ್ರಶ್ನೆ: A, B ಮತ್ತು C ಎನ್ನುವವರು ಮೂವರು ಹುಡುಗರು. ಅವರಲ್ಲಿ ಮೂವರೂ ಒಂದೇ ಫ್ರೇಮ್ ನಲ್ಲಿ ಇರುವಂತೆ ಎಷ್ಟು ವಿಧವಾಗಿ ಫೋಟೋ ತೆಗೆಯಬಹುದು?

ಉತ್ತರ: ${}_3P_3=3*2=6$ ಕ್ರಮಯೋಜನೆಗಳು ಇದ್ದರೂ ಅದ್ವಿತೀಯ ವಿಧವಾಗಿ 1 ಫೋಟೋ ಮಾತ್ರ ತೆಗೆಯಬಹುದು ($\because ABC=ACB=CAB=CBA=BAC=BCA$). ಇದನ್ನೇ ನಾವು ${}_3C_3$ ರೀತಿಯಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

The number of combinations of 'n' things taken 'r' objects at a time is denoted by ${}_nC_r$
'n' ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 'r' ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ${}_nC_r$ ರೀತಿಯಾಗಿ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

The relationship between permutation and combination is

(Permutations of 'n' things taken 'r' at a time)=

(Selection (Combination) of 'n' things taken 'r' at a time)* (Arrangement of 'r' things)

'n' ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 'r' ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜೋಡಿಸುವ ಕ್ರಮವಿಧಾನಗಳು = 'n' ವಸ್ತುಗಳಿಂದ 'r' ವಸ್ತುಗಳ ಆಯ್ಕೆ * r!

$${}_nP_r = {}_nC_r * {}_rP_r = {}_nC_r * r!$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! * r!}$$

Problem 1: A box has 4 red & 3 black marbles. Find in how many ways 2 red marbles and 4 red marbles can be drawn?

ಡಬ್ಬವೊಂದರಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 3 ಕಪ್ಪು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. ಎಷ್ಟು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 2 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 4 ಕೆಂಪು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬಹುದು?

Solution:

2 marbles out of 4 red marbles can be drawn in ${}_4C_2$ ways = $\frac{4!}{(4-2)!*2!} = 6$

4 ಕೆಂಪು ಗೋಲಿಗಳಲ್ಲಿ 2 ಗೋಲಿಗಳ ಆಯ್ಕೆ = ${}_4C_2 = 6$

4 marbles out of 4 red marbles can be drawn in ${}_4C_4$ ways = $\frac{4!}{(4-4)!*4!} = 1 (\because 0! = 1)$.

4 ಕೆಂಪು ಗೋಲಿಗಳಲ್ಲಿ 4 ಗೋಲಿಗಳ ಆಯ್ಕೆ = ${}_4C_4 = 1$;

Problem 2: 4 friends shake hands mutually. Find the number of handshakes.

4 ಸ್ನೇಹಿತರು ಪರಸ್ಪರ ಕೈ ಕುಲುಕಿಕೊಂಡರೆ ಎಷ್ಟು ಕೈಕುಲುಕುಗಳಾಗುತ್ತವೆ?

Solution:

Here $n=4$; For a handshake we require 2 hands. Hence $r=2$

\therefore Number of handshakes = ${}_4C_2 = 6$

Problem 3: There are 20 non collinear points on a plane. How many (a) straight lines (b) triangles can be formed by joining these points?

ಒಂದು ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ 20 ಬಿಂದುಗಳಿವೆ. ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಎಷ್ಟು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು?

Solution:

The number of non collinear points ($n=20$) =====> ಯಾವುದೇ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇರದ 20 ಬಿಂದುಗಳು

Since straight line has 2 end points ($r=2$) =====> ಸರಳ ರೇಖೆ ರಚಿಸಲು 2 ಬಿಂದುಗಳು ಬೇಕು.

Total number of straight lines that can be formed are

$$= {}_{20}C_2 = \frac{20!}{(20-2)!*2!} = \frac{20*19*18!}{18!*2!} = 190$$

Since triangles are formed with 3 points($r=3$)=====> ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲು 3 ಬಿಂದುಗಳು ಬೇಕು.

$$\text{Total number of triangles that can be formed are} = {}_{20}C_3 = \frac{20!}{(20-3)!*3!} = \frac{20*19*18*17!}{17!*3!} = \frac{20*19*18}{6} = 1140$$

Simultaneous Equations in 2 variables / 2 ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$$x+y = 8 : 2 \text{ variables} - x \text{ and } y$$

What are the possible values for x and y? : Infinite values !

2 equations are required

Example :

$$2x+4y= 10 \quad \text{---(1)}$$

$$x - y = 2 \quad \text{---(2)}$$

Method 1/ಕ್ರಮ 1	Method 2/ಕ್ರಮ 2	Method 3/ಕ್ರಮ 3
Add (1) and (2) $3x+3y = 12$ --- (3) Divide(3) by 3 $x+y= 4$ ----- (4)	Multiply (2) by 4 $4x-4y= 8$ ---- (5)	Multiply (2) by 2 $2x-2y= 4$ --- (6)
Add (2) and (4) $2x= 6 \therefore x=3$	Add (1) and (5) $6x=18 \therefore x=3$	Subtract (6) from (1) $6y=6 \therefore y=1$
Substitute value of x in (2). Then $3-y= 2 \therefore y=1$		Substitute value of y in (2). Then $x-1= 2 \therefore x=3$

Problem 1: The total cost of 12 apples and 8 bananas is Rs.76. Total cost of 8 apples and 12 bananas Rs.64
What is the cost of an apple and one Banana?

12 ಸೇಬು ಮತ್ತು 8 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ. 76. 8 ಸೇಬು ಮತ್ತು 12 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ. 64. ಒಂದು ಸೇಬು ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Let 'x' be the cost of an apple, 'y' be the cost of 1 Banana
ಒಂದು ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ 'x' ಮತ್ತು 'y' ಆಗಿರಲಿ

ಸಂ.	Step/ಹಂತ	Equation/ಸಮೀಕರಣ
1	Total cost of 12 apples and 8 bananas 12 ಸೇಬು ಮತ್ತು 8 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ	$12x+8y=76$ ----- (1)
2	Total cost of 8 apples and 12 bananas 8 ಸೇಬು ಮತ್ತು 12 ಬಾಳೆಹಣ್ಣುಗಳ ಬೆಲೆ	$8x+12y=64$ ----- (2)
3	Multiply (1) by 2 and (2) by 3(Why??)	$24x+16y=152$ ----- (3) $24x+36y=192$ ----- (4)
4	Subtract (3) from (4)	$20y=40$ and hence $y=2$
5	Substitute y in (1)	$12x=76-16= 10$; $x=5$

The cost of an apple and one banana is 7
ಒಂದು ಸೇಬು ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಳೆ ಹಣ್ಣಿನ ಬೆಲೆ=7

Problem 2: The number obtained by interchanging the digits of 2 digit number is less than the original number by 18. If sum of the digits is 8, what is the original number?

ಎರಡಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲುಬದಲು ಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 18 ಕಡಿಮೆ. ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 8 ಆದರೆ, ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

Solution:

Let 'x' be the first digit and 'y' be the 2nd digit of 2 digit number. Then the number is xy and its value = $10x + y$. 'x' ಮತ್ತು 'y' ಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಅಂಕಿಯಾಗಿರಲಿ. ಆಗ ಸಂಖ್ಯೆ xy ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಲೆ = $10x + y$

ಸಂ.	Action	Equation
1	Sum of the digits ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ	$x + y = 8$ ----- (1)
2	When we interchange the 2 digit number will be yx and its value is $10y + x$ and is 18 less than old value ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆ yx ಮತ್ತು ಅದರ ಬೆಲೆ $10y + x$ ಮತ್ತು ಅದು ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 18 ಕಡಿಮೆ	$10x + y - 18 = 10y + x$ ----- (2)
3	Simplifying (2) -(Transposition)	$9x - 9y = 18$ ----- (3)
4	Divide (3) by 9	$x - y = 2$ ----- (4)
5	Add (1) and (4)	$2x = 10$; $x = 5$ and hence $y = 3$

The original number is 53. ಮೂಲ ಸಂಖ್ಯೆ 53.

Problem 3: If the fraction obtained by increasing numerator by 200% and denominator by 120% is $\frac{7}{11}$, what is the fraction?

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶವನ್ನು 200% ಮತ್ತು ಭೇದವನ್ನು 120% ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ಅದು $\frac{7}{11}$ ಆದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಯಾವುದು?

Solution:

Let $\frac{x}{y}$ be the fraction, then ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ $\frac{x}{y}$ ಆದರೆ

$$\frac{200x}{120y} = \frac{7}{11}$$

$$\frac{4x}{5y} = \frac{7}{11}$$

44x=35y what is x and y?

There is no unique solution to this problem.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಏಕಮಾತ್ರ ಪರಿಹಾರ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

A Project of www.eShale.org

Quadratic equation and Formulae / ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಮತ್ತು ಸೂತ್ರಗಳು

$$ax^2+bx+c=0$$

No	Formula/Identity	Expansion
1	$(a+b)(c+d)$	$ac+ad+bc+bd$
2	$(x+a)*(x+b)$	$x^2+x(a+b)+ab$
3	$(a+b)^2$	a^2+b^2+2ab
4	$(a-b)^2$	a^2+b^2-2ab
5	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2
6	$(a+b+c)^2$	$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
7	$(a+b)^3$	$a^3+b^3+3ab(a+b)$
8	$(a-b)^3$	$a^3-b^3-3ab(a-b)$

Application:

No	To Find	Short Cut	Expansion
1	$52^2 = ?$	$(50+2)^2$	$50^2+2*50*2+2^2= 2500+200+4=2704$
2	$49^2=?$	$(50-1)^2$	$50^2- 2*50*1+(-1)^2= 2500-100+1=2399$
3	$48*52 = ?$	$(50-2)(50+2)$	$50^2-2^2= 2500-4= 2496$
6	$9^4-9^2=?$	$9^2(9^2-1)$	$81*80=6480$

Problem 1: If the value of $x+y=8$ and $xy=2$, what is the value of $x^2+y^2=?$

$x+y=8$ ಮತ್ತು $xy=2$ ಆದರೆ $x^2+y^2=?$

Solution:

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$$

$$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy= 8^2-4=60$$

Formula: Roots of the equation of the form $ax^2+bx+c=0$, are: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$ax^2+bx+c=0$ ನ 2 ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Problem 2: In a class of 63, children are seated in rows and columns such that there are 2 more children in each column than the number of children in each row. How many children are there in each row?

ಒಂದು ತರಗತಿಯ 63 ಮಕ್ಕಳು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ. ಪ್ರತಿ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕುಳಿತ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕುಳಿತ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಆಗಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕುಳಿತ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Let 'x' be the number of children in a row. Since children in each column is 2 more than each row, it will be x+2 (Like in 3 rows and 5 columns like below)

ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 'x' ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚು = x+2

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
R ₁					
R ₂					
R ₃					

∴ Total number of children = x(x+2) = 63

Ie $x^2+2x=63$ (Expansion)

$x^2+2x-63=0$ (Transposition)

Factors of 63 are (1, 63), (9, 7)

$$x^2+9x-7x-63=0$$

$$x(x+9) - 7(x+9) = 0$$

$$(x+9)(x-7)=0$$

$$x+9=0 \text{ or } x-7=0$$

$$x = -9 \text{ or } x=7$$

There are 7 rows and 9 columns. So in all $9 \times 7 = 63$

By formula:

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+2x-63 \Rightarrow a=1; b=+2; c=-63$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 252}}{2} = \frac{-2 \pm 16}{2} = -9 \text{ or } 7$$

Problem 3: If product of 2 consecutive positive even numbers is 48, what are those numbers?

ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಧನ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 48 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು?

Solution:

Let 'x' be the first positive even number. Next is x+2

'x' ಎನ್ನುವುದು ಮೊದಲ ಧನ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಲಿ. ಆಗ ಮುಂದಿನ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ x+2

$$\therefore x(x+2) = 48$$

$$x^2 + 2x = 48 \quad (\text{Expansion})$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0 \quad (\text{Transposition})$$

The factors of 48 are (1,48), (2,24), (3,16), (4,12), (6,8), (48,1)

$$x^2 + 8x - 6x - 48 = 0$$

$$x(x+8) - 6(x+8) = 0$$

$$(x+8)(x-6) = 0$$

(x+8) cannot be 0 (Why?) and hence x-6 has to be equal to zero

$$\therefore x = 6 \text{ and next number is } 8 \text{ so that } 6 \times 8 = 48$$

By formula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 \Rightarrow a = 1; b = +2; c = -48$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} = -8 \text{ or } 6,$$

x cannot be -8 as x is a positive even number and hence x=6.

ಸಂಖ್ಯೆ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವುದರಿಂದ x=-8 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ x=6

Probability/ಸಂಭವನೀಯತೆ

Probability means chance of some thing happening

Like when coin is tossed, what are the chances of head or tail appearing?

Question: What is the probability of getting head on tossing a coin?

Answer: It is 1 out of 2 that is $\frac{1}{2}$,

Question: Similarly what is the probability of getting tail on tossing a coin?

Answer: Again it is 1 out of 2 that is $\frac{1}{2}$

Note probability is always a fraction and is ≤ 1

When a dice is cast what is the probability getting number 1?

It is $\frac{1}{6}$ (Note dice has numbers from 1 to 6)

When a dice is cast what is the probability getting number between 4 and 6?

It is $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Probability of an event = $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ ($n(E)$ is number of events, $n(S)$ is Total number of possibilities)

ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚೆಮ್ಮಿದಾಗ ಶಿರ ಅಥವಾ ಬಾಲ ಬೀಳುವ ಸಾಧ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು? ಅದು 2 ರಲ್ಲಿ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. = $\frac{1}{2}$ ಇದನ್ನೇ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಮತ್ತು ಅದು ಯಾವಾಗಲೂ ≤ 1

ಪಗಡೆಯಾಟದ ದಾಳದಲ್ಲಿ 1 ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{1}{6}$ (\because ದಾಳದ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 1 ರಿಂದ 6 ವರೆಗೆ ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತದೆ)

ಪಗಡೆಯಾಟದ ದಾಳದಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 6 ರ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದಾಳ ಬೀಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ಸಂಭವನೀಯತೆ = $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ ($n(E)$ = ಸಂಭವಿಸಿದ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, $n(S)$ = ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಒಟ್ಟು ಘಟನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ)

Problem 1: A letter is chosen at random from the letters of the word 'MATHEMATICIAN'. Find the probability of that the chosen letter is M or A.

'MATHEMATICIAN' ಪದದಿಂದ ಒಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ಆಯ್ದುಕೊಂಡರೆ M ಅಥವಾ A ಅಕ್ಷರ ಆಯ್ದುಕೊಳ್ಳಬಹುದಾದ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

There are 13 letters in ' MATHEMATICIAN '. Hence $n(S) = 13$

Let E be the event of getting letter M then $n(E) = 2$ then $P(E) = \frac{2}{13}$

Let F be the event of getting letter A then $n(F) = 3$ then $P(F) = \frac{3}{13}$

Hence the probability of that the chosen letter is M or A $= \frac{2}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5}{13}$.

' MATHEMATICIAN ' ಪದದಲ್ಲಿ 13 ಅಕ್ಷರಗಳು ಇವೆ. $\therefore n(S) = 13$

ಪದದಲ್ಲಿ M ಅಕ್ಷರ 2 ಬಾರಿ ($\therefore n(E) = 2$) ಇರುವುದರಿಂದ M ಆಯ್ಕೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{2}{13}$

ಪದದಲ್ಲಿ A ಅಕ್ಷರ 3 ಬಾರಿ ($\therefore n(E) = 3$) ಇರುವುದರಿಂದ M ಆಯ್ಕೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{3}{13}$

\therefore M ಅಥವಾ A ಅಕ್ಷರಗಳ ಆಯ್ಕೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{2}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5}{13}$

Problem 2:

2 dice are thrown together. Find the probability that their sum is greater than 10 or sum less than 5

2 ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಎಸೆದಿದೆ. ಆಗ ಬಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಅಥವಾ ಮೊತ್ತ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

When 2 dices are thrown number of combinations possible are $6*6=36$. Hence $n(S) = 36$

Let E be the event of getting sum greater than 10.

Then $E = \{ (5,6), (6,5), (6,6) \}$

$$\text{So, } n(E) = 3 \text{ and } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

Let F be the event of getting sum less than 5.

Then $F = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1) \}$ $n(F) = 6$

$$\text{So, } n(F) = 6 \text{ and } P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

the probability that their sum is greater than 10 or sum less than 5

$$= P(E) + P(F) = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{1}{4}$$

2 ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೇ ಬೀಳಿಸಿದಾಗ ಒಟ್ಟು ಸಾಧ್ಯ ಇರುವ ಘಟನೆಗಳು $= 6*6=36$. $\therefore n(S) = 36$

ಬಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಬೇಕಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಬೀಳುವಿಕೆಯ ಜೋಡಿ $= \{ (5,6), (6,5), (6,6) \}$

$$\therefore n(E) = 3; \text{ ಸಂಭವನೀಯತೆ} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

ಬಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಬೇಕಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಬೀಳುವಿಕೆಯ ಜೋಡಿ. $= \{ (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1) \}$

$$\therefore n(F) = 6; \text{ ಸಂಭವನೀಯತೆ} = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

$$\text{ಬಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಅಥವಾ ಮೊತ್ತ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ} = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{1}{4}$$

Problem 3: Cards are numbered 1 to 25. 2 cards are drawn. Find the probability of the number on one card is multiple of 7 and on the other it is multiple of 11.

ಹಲವು ಕಾರ್ಡ್ ಗಳ ಮೇಲೆ ಸಂಖ್ಯೆ 1ರಿಂದ 25 ರ ವರೆಗೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. 2 ಕಾರ್ಡ್ ಗಳನ್ನು ಎತ್ತಲಾಗಿದೆ. 7 ರ ಗುಣಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡ್ ಎತ್ತಿ ಮತ್ತೊಂದನ್ನು 11 ರ ಗುಣಕದಲ್ಲಿ ಎತ್ತಿದರೆ ಉಂಟಾಗುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

The cards which are multiple of 7 are {7,14,21}

∴ The Number of combinations of lifting cards numbered {7,14,21} = ${}_3C_1$

The cards which are multiple of 11 are {11,22}

∴ The Number of combinations of lifting cards numbered {11,22} = ${}_2C_1$

$n(S) = {}_{25}C_2$ and $n(E) = {}_3C_1 * {}_2C_1$ (Total number of combinations)

$$\text{Hence Probability} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_3C_1 * {}_2C_1}{{}_{25}C_2} = \frac{3 * 2}{\frac{25!}{23! * 2!}} = \frac{3 * 2 * 23! * 2!}{25 * 24 * 23!} = \frac{1}{50}$$

7 ರ ಗುಣಕದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಕಾರ್ಡ್ ಗಳು {7,14,21}

∴ {7,14,21} ಇರುವಂತೆ ಎತ್ತುವ ಆಯ್ಕೆಗಳು = ${}_3C_1$

11 ರ ಗುಣಕದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಕಾರ್ಡ್ ಗಳು {11,22}

∴ {11,22} ಇರುವಂತೆ ಎತ್ತುವ ಆಯ್ಕೆಗಳು = ${}_2C_1$

∴ ಒಟ್ಟು ಆಯ್ಕೆಗಳು ${}_3C_1 * {}_2C_1 = n(E)$

$$n(S) = {}_{25}C_2 \quad \text{ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಸಂಭವನೀಯತೆ} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}_3C_1 * {}_2C_1}{{}_{25}C_2} = \frac{3 * 2}{\frac{25!}{23! * 2!}} = \frac{3 * 2 * 23! * 2!}{25 * 24 * 23!} = \frac{1}{50}$$

Problem 4: From 6 red, 7 white and 7 black balls, 2 balls are drawn at random. Find the probability that the both the balls are red or both the balls are black.

6 ಕೆಂಪು 7 ಬಿಳಿ ಮತ್ತು 7 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿಂದ 2 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಎತ್ತಿದರೆ ಎರಡೂ ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

Solution:

No of ways 2 balls out of total of 20 balls can be drawn in $= {}_{20}C_2 = \frac{20*19*18!}{18!*2!} = 190$

Out of 6 red balls, number of ways 2 can be drawn in $= {}_6C_2 = \frac{6*5*4!}{4!*2!} = 15$

Out of 7 black balls, number of ways 2 can be drawn in $= {}_7C_2 = \frac{7*6*5!}{5!*2!} = 21$

The probability that the 2 balls are red or black is $= \frac{15}{190} + \frac{21}{190} = \frac{36}{190} = \frac{18}{95}$

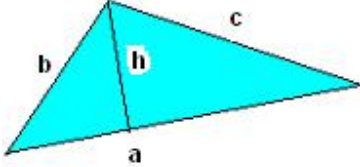
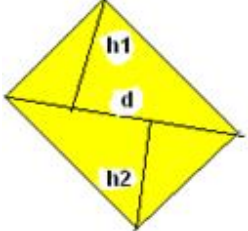
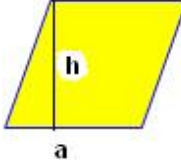
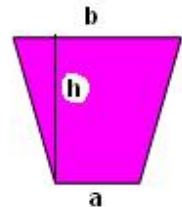
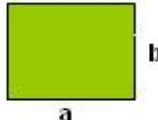
ಒಟ್ಟು ಇರುವ 20 ಚೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 2 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನಗಳು $= {}_{20}C_2 = \frac{20*19*18!}{18!*2!} = 190$

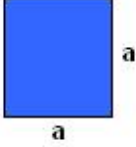
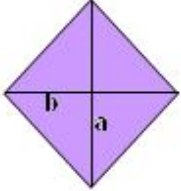
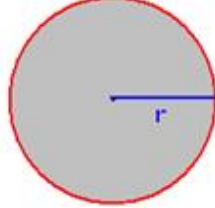
6 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳಿಂದ 2 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನಗಳು $= {}_6C_2 = \frac{6*5*4!}{4!*2!} = 15$

7 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿಂದ 2 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ವಿಧಾನಗಳು $= {}_7C_2 = \frac{7*6*5!}{5!*2!} = 21$

ಚೆಂಡುಗಳು ಎರಡೂ ಕೆಂಪು ಅಥವಾ ಎರಡೂ ಕಪ್ಪಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{15}{190} + \frac{21}{190} = \frac{36}{190} = \frac{18}{95}$

Menstruation/ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ

Type	Figure(ಚಿತ್ರ)	Area/Perimeter(ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,ಸುತ್ತಳತೆ)
Triangle ತ್ರಿಕೋನ		$\text{Area} = \frac{1}{2} * ah = \frac{1}{2} * \text{base} * \text{height}$ <p style="text-align: center;">OR</p> $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ <p>Where $s = \left(\frac{1}{2}\right) (a+b+c) = \frac{1}{2} (\text{sum of sides})$</p> <p>Perimeter= $a+b+c$</p>
Quadrilateral ಚತುರ್ಭುಜ		$\text{Area} = \left(\frac{1}{2}\right) * d * (h1+h2)$ $\frac{1}{2} * \text{diagonal} * \text{sum of heights on the diagonal}$ <p>Perimeter= sum of sides</p>
Parallelogram ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ		$\text{Area} = a * h$ $(\text{base} * \text{height})$ <p>Perimeter= sum of sides</p>
Trapezium ತ್ರಾಪೆಜ್ಯ		$\text{Area} = \left(\frac{1}{2}\right) * h(a+b)$ $\left(\frac{1}{2}\right) * \text{product of height and sum of parallel sides}$ <p>Perimeter= sum of sides</p>
Rectangle ಆಯತ		$\text{Area} = ab = \text{Product of sides}$ $\text{Perimeter} = 2(a+b)$

Square ಚೌಕ		Area = $a * a = a^2 =$ Square of sides Perimeter = $4a$
Rhombus ವಜ್ರಾಕೃತಿ		Area = $(\frac{1}{2}) * ab = (\frac{1}{2}) * \text{product of diagonals}$ Perimeter = sum of sides
Circle ವೃತ್ತ		Radius = r Area = $\pi r^2 = (\frac{22}{7}) r^2$ Diameter = $2r$ Circumference/Perimeter = $2 \pi r = 2 * (\frac{22}{7}) r$

Problem 1 : The perimeter of a square is $\frac{1}{3}$ the perimeter of rectangle. If perimeter of square is 48 cm and length of the rectangle is 52 cm, what is the difference between breadth of the rectangle and side of square?

ಒಂದು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯ $\frac{1}{3}$ ರಷ್ಟು. ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ 48 ಸೆ.ಮಿ. ಮತ್ತು ಆಯತದ ಉದ್ದ 52 ಸೆ.ಮಿ. ಇದ್ದರೆ ಆಯತದ ಅಗಲ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬದಿಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟು?

Solution:

Side of square/ ಚೌಕದ ಬದಿ = $\frac{48}{4} = 12$ cm.

Let 'x' be the breadth of rectangle/ 'x' ಎನ್ನುವುದು ಆಯತದ ಅಗಲ ಆಗಿರಲಿ

Rectangle's perimeter/ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ = $3 * 48 = 144$ cm = $2(\text{Length} + \text{Breadth})$

$\therefore 2 * 52 + 2x = 144$ (\because Rectangle's length = 52 cm; ಆಯತದ ಉದ್ದ 52 ಸೆ.ಮಿ.)

$2x = 40 \rightarrow x = 20$; Difference = $20 - 12 = 8$ cm

- Data adequacy/sufficiency
- Interpretation of charts(Bar, Line, Pie)
- Interpretation of data in table

A Project of www.eScribe.org

Data Adequacy

Option	A	Condition	B
1	E(Enough)		NE(Not Enough)
2	NE(Not Enough)		E(Enough)
3	R(Required)	AND	R(Required)
4	R(Required)	OR	R(Required)
5	More data required		

Each question in the next slide is followed by two statements A and B. You are to determine whether the data given in the 2 statements is sufficient for answering the question.

You should use the data and your knowledge of Mathematics to choose the correct option among 5 options:

Choice of option	Condition for the choice
1	Statement A alone is sufficient to answer the question BUT B alone is not sufficient to answer the question
2	Statement B alone is sufficient to answer the question BUT Statement A alone is not sufficient to answer the question
3	Both A AND B together are needed to answer the question
4	Either the statement A alone OR statement B alone is sufficient to answer the question
5	Need more data. Statements A and B are Not sufficient to answer the question.

Data Adequacy/ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸಂಪೂರ್ಣತೆ

OPTION↓	To answer the question; ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು
1	A is enough BUT B is irrelevant/Not required; A ಯು ಸಾಕು B ಯು ಬೇಕಿಲ್ಲ
2	B is enough But A is irrelevant /Not required; B ಯು ಸಾಕು A ಯು ಬೇಕಿಲ್ಲ
3	Both A And B are required ; A ಮತ್ತು B ಎರಡೂ ಬೇಕು
4	One of them is enough; ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಾಕು
5	More data is required ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿವರ ಬೇಕು

Q1: Is A an odd number?

- A). A multiplied by an odd number is equal to an odd number.
B). A is not divisible by 2.

Solution: **Option (4)**

Q2: The ages of X and Y are in the ratio of 7 : 5 . What is the age of X.?

- A). The ages of X and Z are in the ratio of 3 : 1.
B). After 7 years the ratio of X's and Q's ages will be 4 :3.

Solution: **Option (5)** ;4 variables require 4 equations to solve which we do not have.

Q3: What is the salary of B, in a group of A, B , C and D whose average salary is Rs. 62,880?

- A). Total of the salary of A and C is exact multiple of 8.
B). Average of the salary of A, C and D is Rs. 61,665.

Solution: **Option (2)** ; B's salary = $62880 \times 4 - 61665 \times 3$

Q4: What is the three digit number?

- A). The three digit number is divisible by 9.
B). The first and the third digit is 6.

Solution: **Option (3)** ; Number is 6?6 (Use Divisibility test for 9) : 666?

Q5: What is the profit earned by selling a printer for Rs. 3,000?

- A). The cost price of 6 such printers is equal to selling price of 5 such printers.
B). 20% profit is earned by selling each printer.

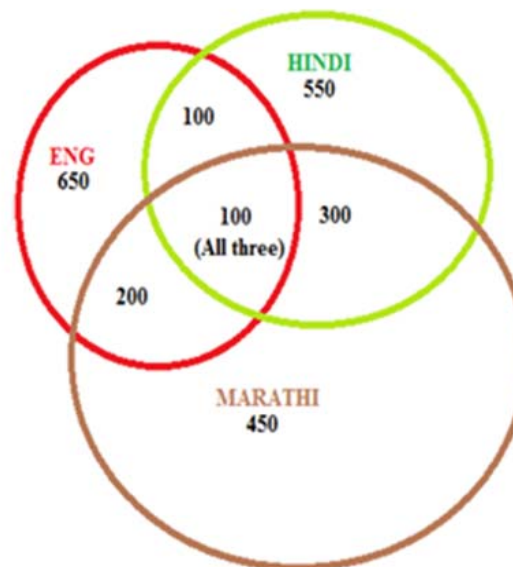
Solution: **Option (4)** ; From 'A' we can say profit as Rs. 500, From 'B' we can say profit is Rs. 600.

Data: A teachers' colony has 2800 members, out of which 650 members read only English newspaper. 550 members read only Hindi newspaper and 450 members read only Marathi. The number of members reading all the 3 newspapers is 100. Members reading Hindi as well as English newspaper are 200. 400 members read Hindi as well as Marathi newspaper and 300 members read English as well as Marathi newspaper.

The distribution is:

1. Only English = 650
2. Only Hindi = 550
3. Only Marathi = 450
4. English+Hindi+Marathi = 100
5. English+Hindi = 200 (Includes SI No 4)
6. Hindi+Marathi = 400 (Includes SI No 4)
7. English+Marathi = 300 (Includes SI No 4)

Names of news papers is English, Hindi and Marathi and they can be represented in 3 circles as specified



Questions:

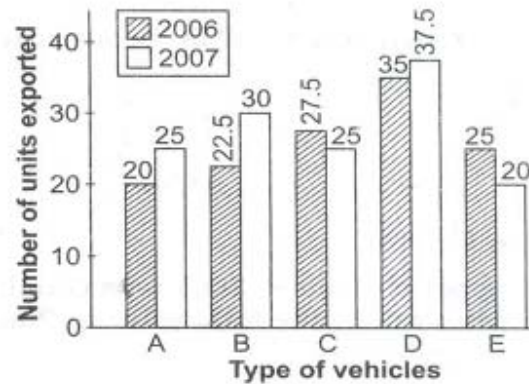
- 1) Find the difference between number of members reading English as well as Marathi news paper and the number of members reading English as well as Hindi news paper.
- 2) How many members read at least 2 newspapers?
- 3) Find the number of members reading Hindi newspaper only.
- 4) How many members read only one newspaper?
- 5) Find the number of members not reading any newspaper.

Solution:

- 1) $(\text{English} + \text{Marathi}) - (\text{English} + \text{Hindi}) = 200 + 100 - (100 + 100) = 100$
- 2) Here we have to take the numbers at the intersecting parts of the circles. $= 200 + 100 + 100 + 300 = 700$.
- 3) Here the answer is $100 + 100 + 550 + 300 = 1050$
- 4) Answer is $650(\text{Only English}) + 550(\text{Only Hindi}) + 450(\text{Only Marathi}) = 1200$
- 5) Answer is $2800 - (650 + 100 + 100 + 550 + 300 + 450 + 200) = 2800 - 2350 = 450$

Bar chart interpretation

Total Number of the Different Types of Vehicles (in lakh) Exported by a Company in 2006 and 2007



Q1: Total exports in 2006 and 2007 together was equal in case of which of the following pairs of types?

(1) A and E (2) B and E (3) A and D (4) B and D (5) None of these

Working: It is visible that $20+25$ in A is equal to $25+20$ in E. So obviously the answer is Option A and E.

Q2: The percentage change (increase or decrease) in the number of vehicles exported from 2006 to 2007 is minimum in the case of which of the following types of vehicles?

(1) A (2) B (3) C (4) D (5) E

Working: For % to be low, numerator which is the difference between exports in 2 years should be minimal

and the denominator which is export in 2006 has to be high. Lowest % = $\frac{(37.5-35)}{35} = \frac{(2.5)}{35}$

Q3: The number of E type of vehicles exported in 2006 is equal to the number of which type of vehicles exported in 2007?

(1) Only C (2) only D (3) only A (4) A and C (5) None of these

Working: E type of vehicles exported in 2006 is 25 which is same for export of A and C in 2007.

Q4: The average of B and C type of vehicles in 2007 was equal to exports of which type in 2006?

(1) Only A (2) only C (3) A and C (4) C and E (5) None of these

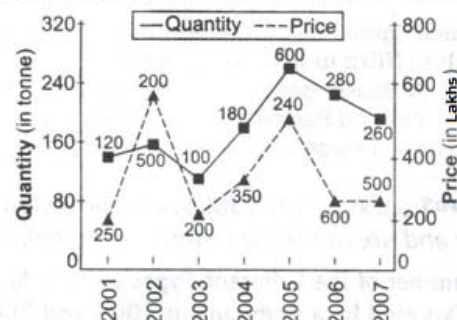
Working: $B+C = \frac{55}{2} = 27.5$ which is equal to C's export in 2006

Q5: The export of D type of vehicle in 2006 was what % of exports of type E in 2006?

(1) 150 (2) 175 (3) 75 (4) 125 (5) None of these

Working: The % = $\frac{35 \times 100}{25} = 140$

Line chart interpretation
The Quantity and the Price of Tea, Produced by a Company in Given Years



Q1. How much is the percentage fall in the price in 2007 to that of in 2006?

- (1) $12\frac{2}{3}$ (2) $3\frac{1}{3}$ (3) 20 (4) $16\frac{2}{3}$ (5) None of these

Working: % fall = $(500-600) \times \frac{100}{600} = 16\frac{2}{3}$

Q2 . If per kg rate of tea in 2007 was equal to that of in 2005, what will be the total price in 2007?

- (1) 650 Lakhs (2) 625 Lakhs (3) 700 Lakhs (4) 725 Lakhs (5) None of the above

Working:

Rate in per ton in 2005 = $\frac{600}{240}$; value in 2007 = (Quantity in 2007) * (Rate in 2005) = $260 \times \frac{600}{240} = 650$ Lakhs

Q3 : In which of the following years the rate per kg tea was Rs 250?

- (1) 2004 (2) 2005 (3) 2002 (4) 2003 (5) None of these

Working: We can guess that only 2002 could be the answer as $\frac{500}{200} = 2.5$;

Rate in 2004 = $\frac{350 \times 100000}{180 \times 1000}$; In 2005 = $\frac{240 \times 100000}{600 \times 1000}$; In 2002 = $\frac{500 \times 100000}{200 \times 1000} = 250$; In 2003 = $\frac{200 \times 100000}{100 \times 1000}$

Q4: In which of the following years rate per tonne of tea was maximum?

- (1) 2001 and 2002 (2) 2003 and 2005 (3) 2002 and 2003 (4) 2005 and 2007 (5) None of these

Working: As can be seen rates are different for each of the years and hence it cannot be same in both years.

Q5: What was the average approximate production of tea in tonnes?

- (1) 200 (2) 250 (3) 150 (4) 180 (5) 220

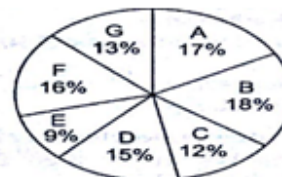
Working: Average = $\frac{(120 + 200 + 100 + 180 + 240 + 280 + 260)}{7} = \frac{1480}{7} \approx 211$

Pie chart interpretation

Distribution of Candidates Enrolled for MBA and the Candidates who have Successfully Completed the Course from Different Institutes
Candidates Enrolled = 2500



Candidates who have Successfully Completed the Course = 1900



Q1: Which institute has the highest percentage of students successful to enrolled?

(1) D (2) E (3) A (4) B (5) None of these

Working: To get highest %, we need to select from 2nd chart having highest % and from 1st chart a lowest %.

Possible choices as can be seen from the charts are either A or D. For D it is $\frac{15}{12} = .95$, for A it is $\frac{17}{15} = 0.86$

Q2: What percentage of candidates from institute D have come out to be successful out of the total candidates enrolled from this institute?

(1) 115 (2) 95 (3) 80 (4) 85 (5) None of these

Working: See calculation done in the Q1.

Q3 : What is the approximate % of students successful to enrolled from Institute A?

(1) 92 (2) 89 (3) 86 (4) 96 (5) 88

Working: See calculation done in the Q1.

Q4: What is ratio of candidates successful to enrolled from the institutes B and C together?

(1) 55 : 12 (2) 5 : 7 (3) 135 : 271 (4) 3 : 5 (5) None of these

Working: Successful to enrolled ratio = $(18+12)*1900 : (22+16)*2500 = 5 \times 6 \times 19 : 19 \times 2 \times 5 \times 5 = 3:5$

Q5: What is the % of students successful from Institutes E & F together over the students enrolled from these 2

(1) 76 (2) 105 (3) 80 (4) 74 (5) None of these

Working: Successful candidates = $(9+16)*1900$; Enrolled = $(8+17)*2500$;

$$\therefore \% = \left[\frac{25*1900}{25*2500} \right] * 100 = \frac{19*100}{25} = 76\%$$

Table chart interpretation

Number of Five Types of Toys Manufactured by a Company over the Years (in thousand)

Years	Toys				
	A	B	C	D	E
2003	200	150	78	90	65
2004	150	180	150	105	70
2005	180	175	92	110	85
2006	195	160	120	125	75
2007	220	185	130	135	80

Q1 : What was the approximate % increase in production of D type of toys from 2004 to 2006?

- (1) 5 (2) 20 (3) 10 (4) 25 (5) 15

Working: In 2004 production was 105 and in 2006 it was 125 $\therefore \% = \frac{(125-105)*100}{105} = \frac{2000}{105} \approx 19$

Q2 : In the case of which type of toys was the total production in the given five years the maximum?

- (1) B (2) C (3) A (4) D (5) E

Working: There is no need to add up for all the 5 types. We can easily make out it is either A or B. It is A

Q3 : What was the % drop in production of A type of toys from 2003 to 2005?

- (1) 20 (2) 10 (3) 30 (4) 50 (5) None of these

Working: Drop in production = $(200-180)=20 \therefore \% = \frac{20*100}{200} = 10\%$

Q4: In the case of which type of toys was there a continuous increase in production over the years?

- (1) A (2) B (3) C (4) D (5) D or E

Working: It is obviously D. Only for D it increases whereas for others it fluctuates.

Q5 : The production of E type of toys in 2007 was what % of production of B type toys in 2006?

- (1) 20 (2) 80 (3) 1000 (4) 200 (5) None of these

Working: Type E production in 2007 = 80; Type B production in 2007 = 160 $\therefore \% = \frac{80*100}{160} = 50\%$